DIPLÔME NATIONAL DU BREVET

SESSION 2023

MATHEMATIQUES

Série générale

Durée de l'épreuve : 2 h 00 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

Ce sujet comporte **8** pages numérotées de la page **1 sur 8** à la page **8 sur 8**.

L'ANNEXE en page 8 sur 8 est à rendre avec la copie.

L'utilisation de la calculatrice avec mode examen actif est autorisée.

L'utilisation de la calculatrice sans mémoire, « type collège » est autorisée.

Le sujet est constitué de cinq exercices indépendants.

Le candidat peut les traiter dans l'ordre qui lui convient.

Exercice 1	18 points
Exercice 2	24 points
Exercice 3	15 points
Exercice 4	22 points
Exercice 5	21 points

L'évaluation prend en compte la clarté et la précision des raisonnements ainsi que, plus largement, la qualité de la rédaction. Elle prend en compte les essais et les démarches engagées, même non abouties. **Toutes les réponses doivent être justifiées**, sauf mention contraire.

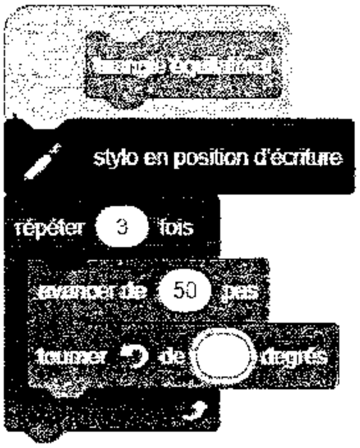
Exercice 1 *(18 points)*

Cet exercice, en deux parties, est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chaque question, parmi les réponses proposées, une seule est exacte. Recopier le numéro de la question et indiquer la réponse choisie. **Aucune justification n'est attendue ici.**

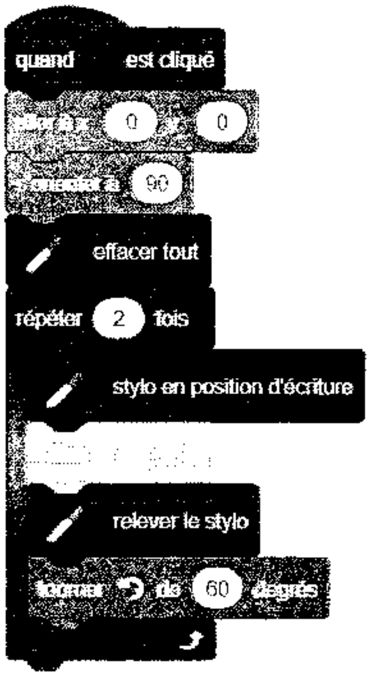
Partie A

Dans cette partie, on s'intéresse au programme ci-dessous, composé d'un bloc « triangle équilatéral » et d'un script principal :

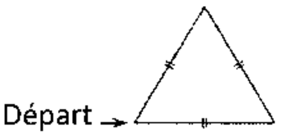
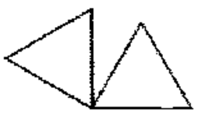
Bloc « triangle équilatéral »



Script principal



On rappelle que l'instruction « s'orienter à 90 » signifie s'orienter vers la droite.

Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1) On souhaite construire le triangle équilatéral ci-dessous. Le stylo est orienté à 90° au départ comme ci-dessous.  Compléter le script du bloc « triangle équilatéral » avec la valeur qui convient.	60°	100°	120°
2) Parmi les trois figures, laquelle est obtenue avec le script principal ?			
3) Quel polygone obtient-on si on remplace dans le script principal, la boucle « répéter 2 fois » par une boucle « répéter 6 fois » ?	Un parallélogramme	Un hexagone	Un losange

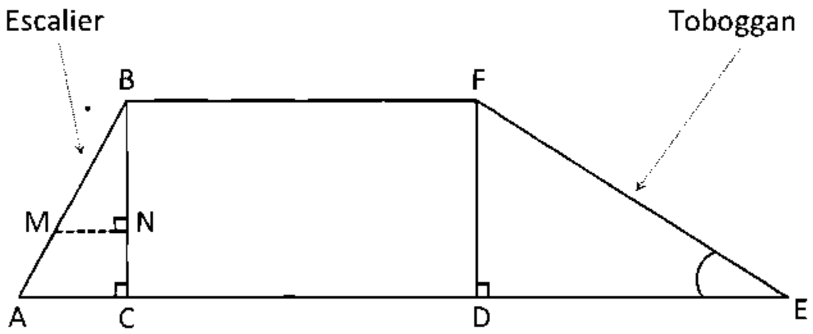
Partie B

Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1) $\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{3}\times\frac{7}{5}\right)\div\frac{4}{3}=$	$\frac{3}{15}\times\frac{4}{3}$	$\left(\frac{1}{3}\times\frac{7}{5}\right)\div\frac{4}{3}$	$\frac{3}{15}\times\frac{3}{4}$
2) L'écriture scientifique de $302{,}4\times10^{18}$ est :	$3{,}024\times10^{16}$	$3{,}024\times10^{20}$	$0{,}3024\times10^{21}$
3) On donne ci-dessous la masse de 8 biscuits différents : 12 g ; 10 g ; 18 g ; 8 g ; 12 g ; 15 g ; 11 g ; 13 g Suite à une erreur de mesure, le biscuit pesant 18 g pèse en fait 16 g. Une fois cette erreur corrigée, la valeur de la médiane sera :	Plus petite.	La même.	Plus grande.

Exercice 2 ***(24 points)***

Les 3 parties de cet exercice sont indépendantes et peuvent être traitées séparément.

Une famille souhaite installer dans son jardin la cabane ci-dessous. La partie inférieure de cette cabane, encadrée par des pointillés sur la photo, est modélisée par le schéma à droite :



On précise que :

- $AB = 1{,}3$ m ;
- $AC = 0{,}5$ m ;
- $BC = DF = 1{,}2$ m ;
- $DE = 2{,}04$ m ;
- Les triangles ABC, BMN et FDE sont rectangles.

Partie A : Étude du toboggan

1) Pour que le toboggan soit sécurisé, il faut que l'angle $\widehat{DEF}$ mesure 30°, au degré près.
Le toboggan de cette cabane est-il sécurisé ?

2) Montrer que la rampe du toboggan, EF, mesure environ 2,37 m.

Partie B : Étude de l'échelle

Pour consolider l'échelle, on souhaite ajouter une poutre supplémentaire [MN], comme indiqué sur le modèle.

1) Démontrer que les droites (AC) et (MN) sont parallèles.

2) On positionne cette poutre [MN] telle que BN = 0,84 m. Calculer sa longueur MN.

Partie C : Étude du bac à sable

Un bac à sable est installé sous la cabane. Il s'agit d'un pavé droit dont les dimensions sont données ci-dessous :

- Longueur : 200 cm
- Largeur : 180 cm
- Hauteur : 20 cm

Bac à sable

1) Calculer le volume de ce bac à sable en cm^3.

2) On admet que le volume du bac à sable est de 0,72 m^3. On remplit entièrement ce bac avec un mélange de sable à maçonner et de sable fin dans le ratio 3 : 2.
Vérifier que le volume nécessaire de sable à maçonner est de 0,432 m^3 et que celui de sable fin est de 0,288 m^3.

3) Un magasin propose à l'achat le sable à maçonner et le sable fin, vendus en sac. D'après les indications ci-dessous, quel est le coût total du sable nécessaire pour remplir entièrement ce bac à sable sachant qu'on ne peut acheter que des sacs entiers ?

Pour 1 sac de sable à maçonner :

Poids : 35 kg

Volume : 0,022 m^3

Prix : 2,95 €

Pour 1 sac de sable fin :

Poids : 25 kg

Volume : 0,016 m^3

Prix : 5,95 €

Exercice 3 ***(15 points)***

Amir et Sonia ont chacun inventé un programme de calcul.

Programme d'Amir	Programme de Sonia
▪ Choisir un nombre ▪ Soustraire 5 ▪ Prendre le double du résultat	▪ Choisir un nombre ▪ Ajouter 3 ▪ Multiplier le résultat par le nombre choisi ▪ Soustraire 16

1) Montrer que si le nombre choisi au départ est 6 alors on obtient 2 avec le programme d'Amir et on obtient 38 avec celui de Sonia.

2) Amir et Sonia souhaitent savoir s'il existe des nombres choisis au départ pour lesquels les deux programmes renvoient le même résultat.

Pour cela, ils complètent la feuille de calcul ci-dessous :

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	**Nombre choisi**	-2	-1	0	1	2	3	4
2	**Programme d'Amir**	-14	-12	-10	-8	-6	-4	-2
3	**Programme de Sonia**	-18	-18	-16	-12	-6	2	12

Aucune justification n'est attendue pour les deux questions ci-dessous.

a) Parmi les trois propositions suivantes, recopier sur votre copie la formule qui a été saisie dans la cellule B2 avant d'être étirée vers la droite.

=(B1 – 5)*2	=(−2 – 5)*2	=B1 – 5*2

b) En vous aidant de la feuille de calcul, quel nombre doivent-ils choisir pour obtenir des résultats égaux avec les deux programmes ?

3) Sonia et Amir souhaitent vérifier s'il existe d'autres nombres permettant d'obtenir des résultats égaux avec les deux programmes.
Pour cela, ils décident d'appeler x le nombre choisi au départ de chacun des programmes.

a) Montrer que le résultat obtenu avec le programme de Sonia est donné par $x^2 + 3x - 16$.

b) On admet que les programmes donnent le même résultat si on choisit comme nombre de départ les solutions de l'équation $(x-2)(x+3) = 0$.

Résoudre cette équation et en déduire les valeurs pour lesquelles les deux programmes de calcul renvoient le même résultat.

<u>Exercice 4</u> *(22 points)*

Des élèves organisent, pour leur classe, un jeu au cours duquel il est possible de gagner des lots. Pour cela, ils placent dans une urne trois boules noires numérotées de 1 à 3, et quatre boules rouges numérotées de 1 à 4, toutes indiscernables au toucher.

Partie A : étude du jeu

1) On pioche au hasard une boule dans l'urne.

   a) Quelle est la probabilité de tirer une boule rouge ?

   b) Quelle est la probabilité de tirer une boule dont le numéro est un nombre pair ?

2) Le jeu consiste à piocher, dans l'urne, une première boule, la remettre dans l'urne puis en piocher une seconde. Pour chacune des boules tirées, on note la couleur ainsi que le numéro.
   Pour gagner un lot, il faut tirer la boule rouge numérotée 1 et une boule noire.
   Quelle est la probabilité de gagner ?

Partie B : constitution des lots

Pour constituer les lots, on dispose de 195 figurines et 234 autocollants. Chaque lot sera composé de figurines ainsi que d'autocollants. Tous les lots sont identiques. Toutes les figurines et tous les autocollants doivent être utilisés.

1) Peut-on faire 3 lots ?

2) Décomposer 195 en produit de facteurs premiers.

3) Sachant que la décomposition en produit de facteurs premiers de 234 est $2 \times 3^2 \times 13$:

   a) Combien de lots peut-on constituer au maximum ?

   b) De combien de figurines et d'autocollants sera alors composé chaque lot ?

Exercice 5 ***(21 points)***

Pour se promener le long d'un canal, deux sociétés proposent une location de bateaux électriques. Les bateaux se louent pour un nombre entier d'heure.

1) **Étude du tarif proposé par la société A**

   Pour la société A, le prix à payer en fonction de la durée de location en heure est donné par le graphique en ANNEXE.

   Répondre aux questions ci-dessous à l'aide du graphique. Aucune justification n'est attendue pour les questions a) et b).

   a) Quel prix va-t-on payer en louant un bateau pour 2 heures ?
   b) On dispose d'un budget de 100 €, combien d'heures entières peut-on louer un bateau ?
   c) Expliquer pourquoi le prix est proportionnel à la durée de location.
   d) En déduire à l'aide d'un calcul, le prix à payer pour une durée de location de 10 heures.

2) **Étude du tarif proposé par la société B**

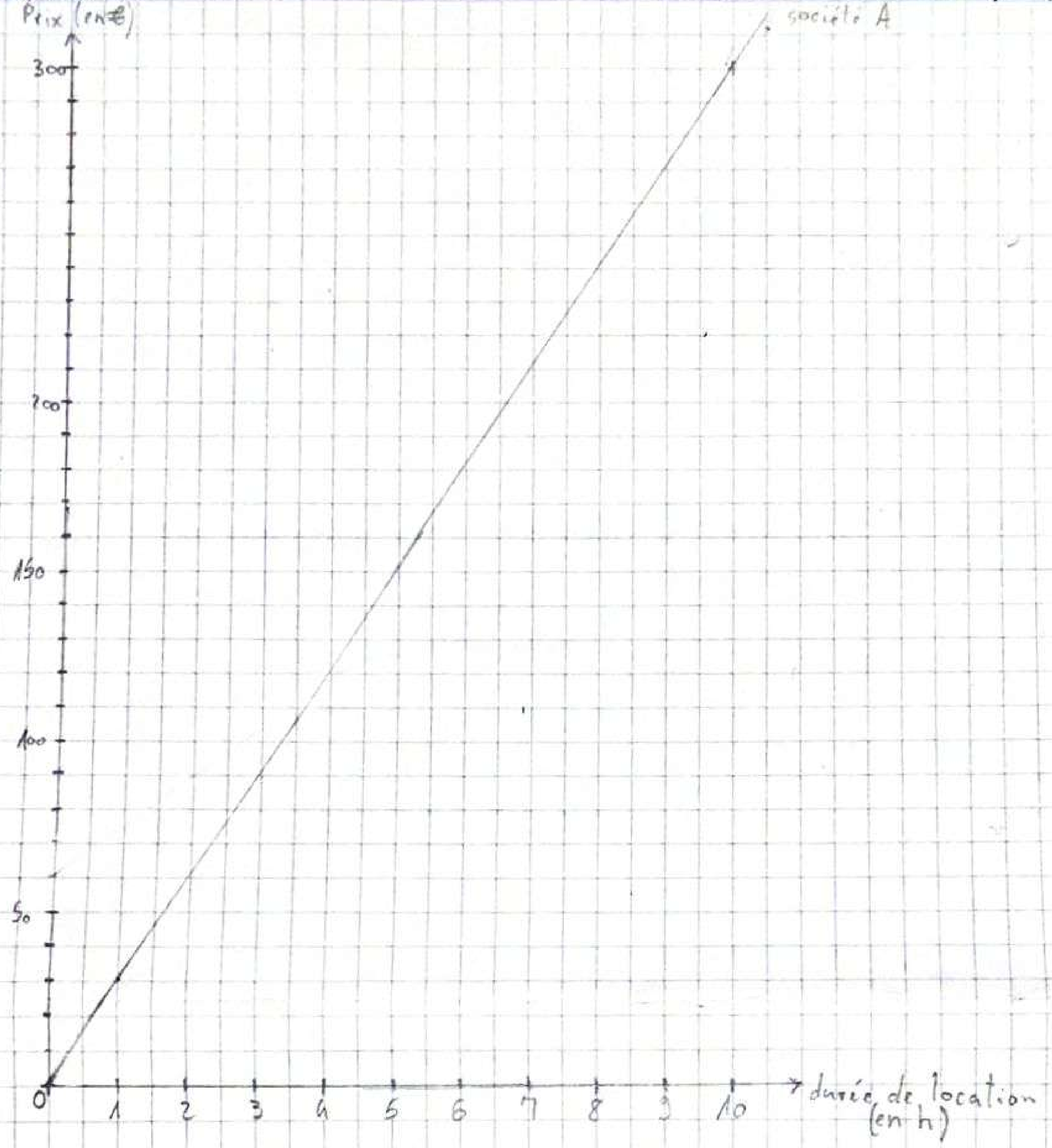
   La société B propose le tarif suivant : 60 € de frais de dossier plus 15 € par heure de location.

   a) Montrer qu'en louant un bateau pour une durée de 2 heures, le prix à payer sera de 90 €.
   b) On désigne par x le nombre d'heures de location. On appelle f la fonction qui, au nombre d'heures de location, associe le prix, en euro, avec le tarif proposé par la société B.
      On admet que f est définie par : $f(x) = 15x + 60$.

      Sur le graphique donné en ANNEXE **à rendre avec la copie**, tracer la courbe représentative de la fonction f.
   c) Le prix payé est-il proportionnel à la durée de location ?

3) **Comparaison des deux tarifs**

   a) On souhaite louer un bateau pour une durée de 3 heures. Quelle société doit-on choisir pour avoir le tarif le moins cher ? Quel prix va-t-on payer dans ce cas ?
   b) Pour quelle durée de location le prix payé est-il identique pour les deux sociétés ?


Prix (en €)
société A
300
200
150
100
50
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
durée de location
(en h)