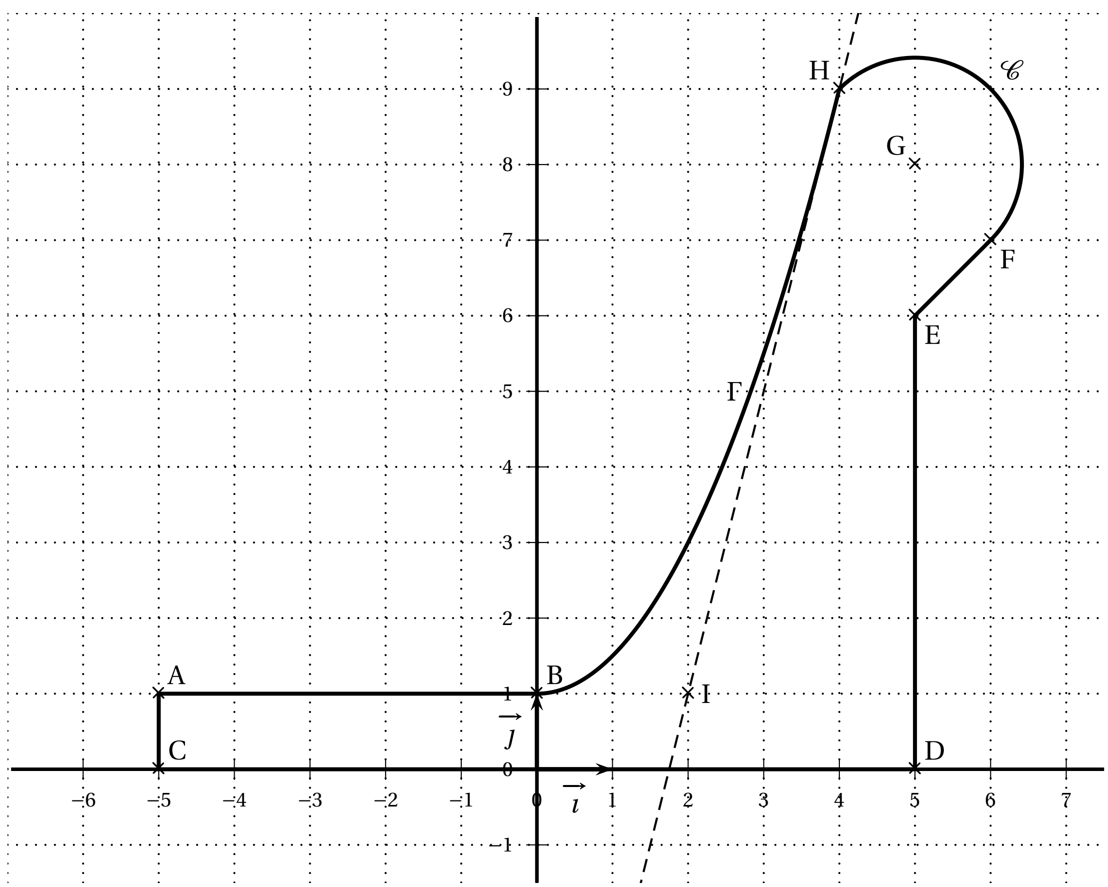
∽ Baccalauréat STD2A Métropole–La Réunion ∾
4 septembre 2020

EXERCICE 1 **8 points**

À l'occasion de l'anniversaire de la création du fauteuil de Roger Fatus, un bureau de design en propose une nouvelle version.
Le plan est muni d'un repère orthonormal $\left(\text{O}\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath}\right)$.
Dans ce repère, les points A, B, C, D, E, F, G, H et I ont pour coordonnées :
A$(-5\,;\,1)$, B$(0\,;\,1)$, C$(-5\,;\,0)$, D$(5\,;\,0)$, E$(5\,;\,6)$, F$(6\,;\,7)$, G$(5\,;\,8)$, H$(4\,;\,9)$ et I$(2\,;\,1)$.
La nouvelle version du fauteuil de Roger Fatus est représentée en coupe, dans la figure ci-dessous, par les sept objets géométriques suivants :

- les cinq segments [AB], [AC] ,[CD] ,[DE] et [EF],
- l'arc de cercle $\mathscr{C}$ de centre G reliant F à H qui représente l'appui-tête du fauteuil,
- la courbe Γ reliant les points B et H qui représente le dossier du fauteuil.



Partie A : Étude de l'appui tête du fauteuil

1. Le point L est un point de l'arc de cercle $\mathscr{C}$ tel que la droite (GL) est parallèle à l'axe des abscisses.

a. Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{GE}$ et $\overrightarrow{GF}$.

b. Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{GE} \cdot \overrightarrow{GF}$. En déduire une mesure en radians de l'angle $\widehat{EGF}$.

c. Déterminer une mesure en radians de chacun des angles $\widehat{FGL}$ et $\widehat{LGH}$.

d. Donner une représentation paramétrique de l'arc de cercle $\mathscr{C}$?

2. On s'intéresse au segment [EF].

a. Démontrer que les droites (EF) et (FG) sont perpendiculaires.

b. Que peut-on en déduire quant à la nature de la droite (EF) par rapport au cercle de centre G passant par F?

Partie B : Étude du dossier

La courbe Γ reliant les points B et H, qui représente le dossier du fauteuil, est la courbe représentative, sur l'intervalle $[0\,;\,4]$, d'une fonction polynôme f de degré 2 définie pour tout nombre réel x par : $f(x) = ax^2 + bx + c$ où $a,\ b$ et c sont des nombres réels à déterminer.
On note f' la fonction dérivée de la fonction f.
La courbe Γ est de plus soumise à la contrainte suivante : la droite (HI) est tangente à la courbe Γ au point H.

1. Déterminer le coefficient directeur de la droite (HI).

2. Exprimer $f'(x)$ en fonction de $x,\ a$ et b.

3. **a.** Prouver que $c = 1$.

b. Montrer que les réels a et b vérifient un système de deux équations à deux inconnues puis déterminer a et b.

On admet pour la suite que $f(x) = \dfrac{x^2}{2} + 1$.

4. Vérifier que la droite (AB) est tangente à la courbe Γ au point B.

5. **a.** Compléter le tableau de valeurs de l'**annexe 1 à rendre avec la copie**.
On arrondira les résultats au dixième.

b. Placer les points correspondants puis tracer la courbe Γ dans le repère de l'**annexe 1 à rendre avec la copie**.

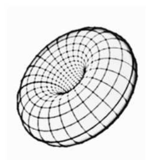
EXERCICE 2 **5 points**

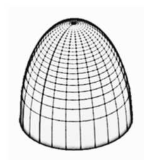
Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM). Pour chacune des cinq questions, **une seule des quatre réponses proposées est correcte**.
Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée. Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une absence de réponse n'apporte ni ne retire aucun point.

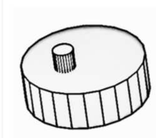
1. Si x est un réel strictement positif alors $\log\left(10x^2\right)$ est égal à :

A. $20\log(x)$ **B.** $2\log(x) + 10$ **C.** $20\log(x) + 1$ **D.** $2\log(x) + 1$

2. Parmi les solides suivants, lequel n'est pas un solide de révolution :

A. 

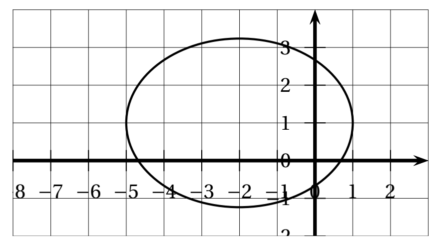
B. 

C. 

D. 

3.

L'équation réduite de l'ellipse représentée ci-contre dans un repère orthonormal du plan est : $\dfrac{(x+2)^2}{9}+\dfrac{(y-1)^2}{5}=1$.



A. Les droites d'équations $x=-3$ et $y=-x$ se coupent en un point de l'ellipse.

B. L'ellipse a pour représentation paramétrique :
$\left\{\begin{array}{lcl} x &=& -2+9\cos t \\ y &=& 1+5\sin t \end{array}\right.$; $t \in [0~;~2\pi]$

C. La distance entre les points d'intersection de l'ellipse avec l'axe des ordonnées vaut $\dfrac{10}{3}$.

D. Les points d'intersection de l'ellipse et de la droite d'équation $y=x$ ont pour coordonnées $(1~;~1)$ et $(-1~;~-1)$.

4. La fonction f est définie par $f(x)=\sqrt{x}-2x+1$ sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$.
La dérivée f' de la fonction f a pour expression :

A. $f'(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x}}-1$ **B.** $f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}-2$ **C.** $f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}-x^2$ **D.** $f'(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x}}-2$.

5. La fonction g est définie par $g(x)=x^3-\dfrac{1}{x}$ sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$.
$\mathscr{C}$ est la courbe représentative de la fonction g dans un repère orthonormal du plan.

A. g est décroissante sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$.

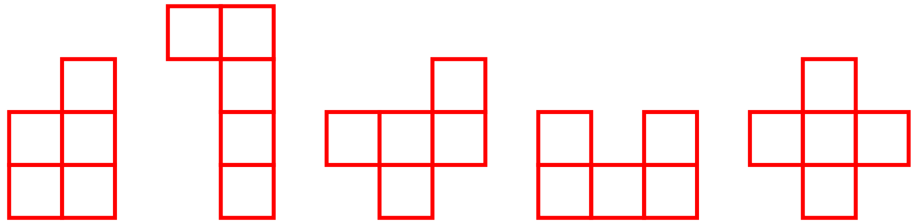
B. g est positive sur l'intervalle $]0~;~1[$.

C. g est négative sur l'intervalle $]1~;~+\infty[$.

D. La tangente à la courbe $\mathscr{C}$ en son point d'abscisse 1 est la droite d'équation $y=4x-4$.

EXERCICE 3 — 7 points

Un éditeur de jeux souhaite développer un nouveau jeu inspiré d'un jeu vidéo des années 80. Il s'agit de remplir une zone rectangulaire à l'aide des cinq pièces représentées ci-dessous. Chaque pièce est composée de cinq carrés. Dans cet exercice, on s'intéresse à ces cinq pièces :



Partie A- Pavage

1. On cherche à remplir la zone carrée représentée sur la **figure 1 de l'annexe 2 à rendre avec la copie** à l'aide des cinq pièces représentées ci-dessus. Chacune de ces pièces doit être utilisée une seule fois. La pièce n° 3 est placée dans la zone carrée à remplir.

   Compléter le remplissage de cette zone carrée sur l'**annexe 2 à rendre avec la copie** avec les quatre autres pièces. On fera apparaître le contour et le numéro de chaque pièce.
2. On a construit, sur la figure 2 de l'annexe 2 à rendre avec la copie, un motif M constitué de quatre pièces identiques à la pièce n° 3.

   Quelles sont les transformations du plan à appliquer à la figure A pour obtenir le motif M ?

   On placera et on nommera, sur la figure 2 de l'**annexe 2 à rendre avec la copie**, les points nécessaires à la description de ces transformations.
3. Par quelles transformations peut-on paver le plan à partir du motif M représenté sur la figure 3 de l'**annexe 2 à rendre avec la copie** ?

   On placera les éléments nécessaires à la description de ces transformations sur la figure 3 de l'**annexe 2 à rendre avec la copie**.

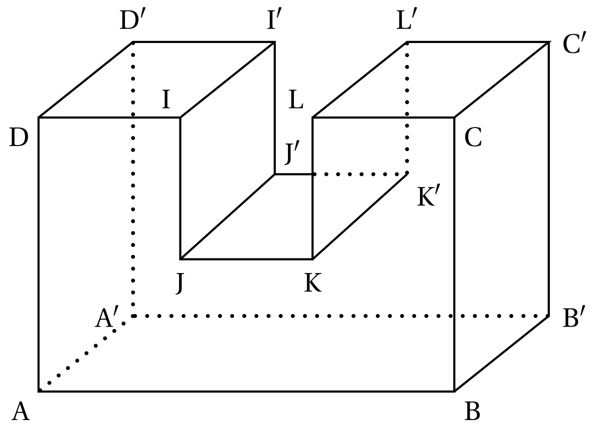
Partie B - Perspective centrale

On souhaite représenter, en perspective centrale, une version en trois dimensions de la pièce n° 4. Celle-ci est représentée ci-dessous en perspective parallèle. Elle est assimilée à un solide réalisé en superposant cinq cubes identiques. On sait donc que :

— $ABCDA'B'C'D'$ est un pavé droit ;

— les points D, I, L et C sont alignés ;

— $DI = \dfrac{1}{3}AB$.



Dans cette partie, il s'agit de terminer la représentation en perspective centrale de ce solide en complétant la figure de l'annexe 3 à rendre avec la copie.

On laissera les traits de construction apparents.

Les points nommés en majuscules A, B, C... sont nommés par la même lettre en minuscules a, b, c, ... dans la représentation en perspective centrale.

Sur la figure de l'annexe 3 à rendre avec la copie, on a placé les points a, b, c et b' et tracé la ligne d'horizon h. Le plan (ABB′) est horizontal. La face ABCLKJID se situe dans un plan frontal.

1. Compléter la figure de l'annexe 3 à rendre avec la copie en plaçant les points d, i, j, k et l.
2. **a.** Que peut-on dire des droites (bb′) et (cc′) ? Justifier.

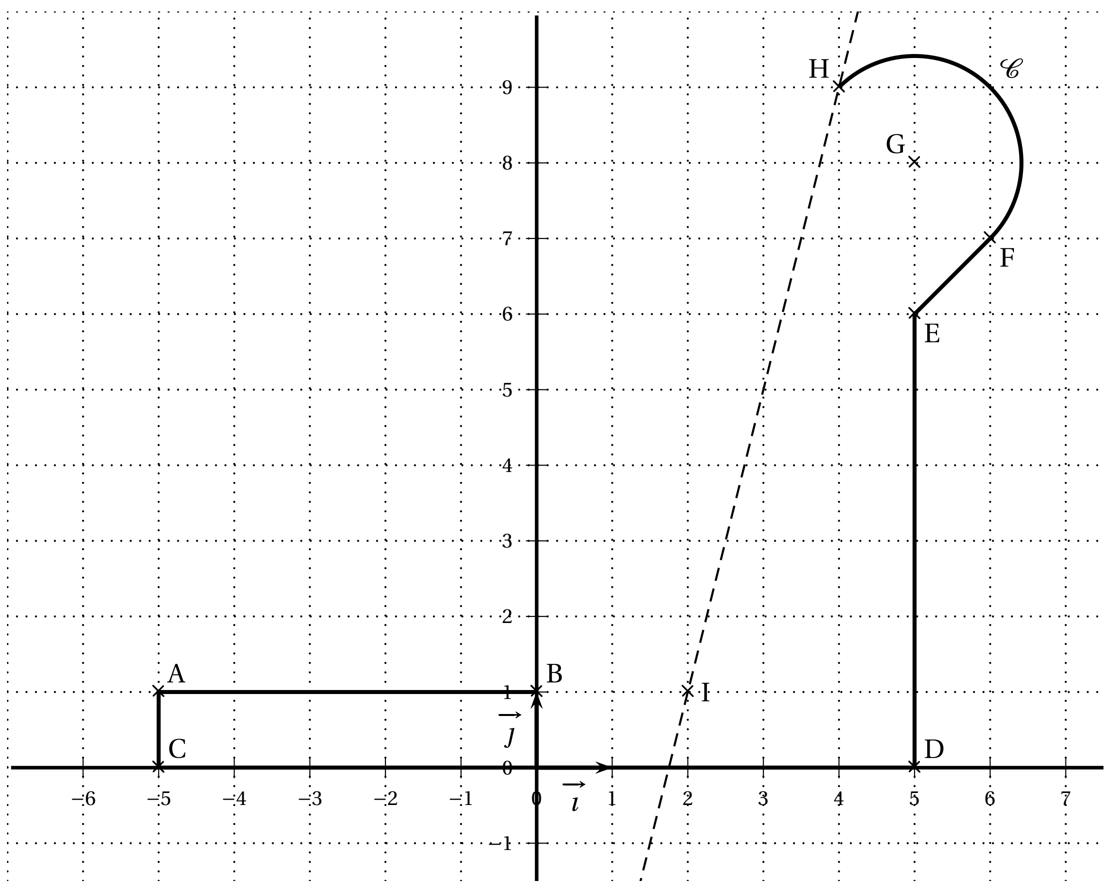
   b. Construire le point c'.
3. Compléter la figure de l'annexe 3 à rendre avec la copie en traçant les arêtes visibles de la représentation en perspective centrale du solide.

Annexe 1 à rendre avec la copie

EXERCICE 1 - Partie B - 5. a.

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
$f(x)$									

EXERCICE 1 - Partie B - 5. b.



Annexe 2 à rendre avec la copie

EXERCICE 3 - Partie A - 1.

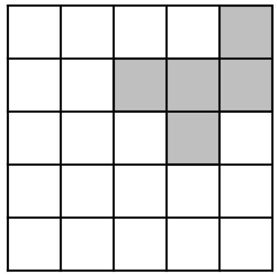
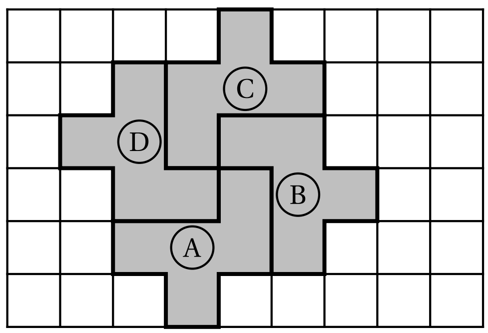


Figure 1

EXERCICE 3 - Partie A - 2.

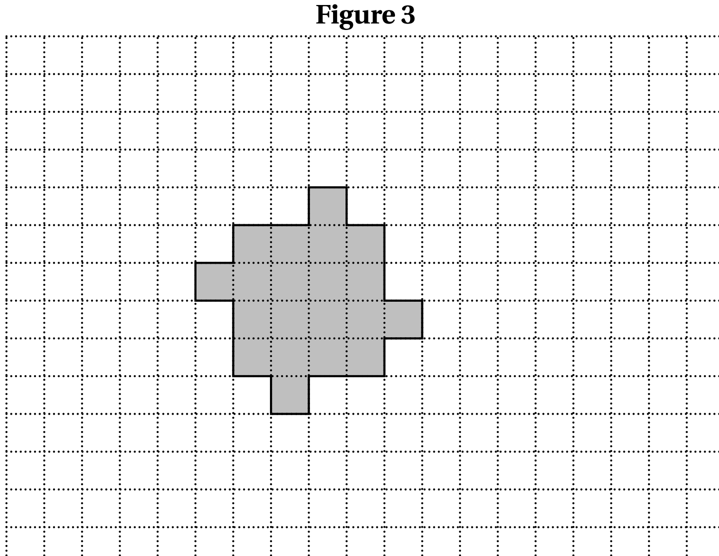
Figure 2



Motif M

EXERCICE 3 - Partie A - 3.

Figure 3



Annexe 3 à rendre avec la copie EXERCICE 3 - Partie B