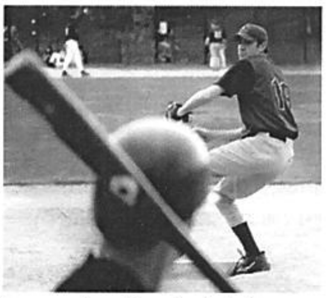
EXERCICE II - Le baseball (11 Points)



Le baseball est un sport très célèbre aux États-Unis qui se joue sur de très grands terrains de l'ordre d'une centaine de mètres de long. Un joueur nommé batteur, placé sur la base de départ doit frapper, avec une batte*, une balle lancée vers lui par un joueur de l'équipe adverse nommé lanceur pour la renvoyer le plus loin possible. Plus la balle est envoyée loin dans le champ, plus il aura de temps pour courir et atteindre une des bases du terrain carré.

* *bâton servant à frapper une balle.*

Source : Wikipédia

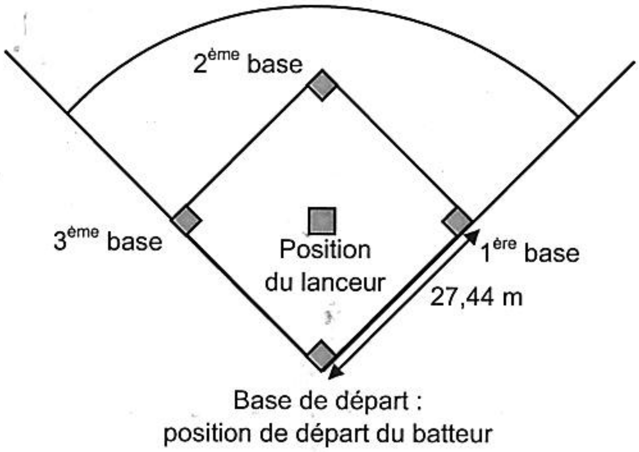


Figure 1 : Schéma sans souci d'échelle d'un terrain de baseball

Dans cet exercice, on s'intéresse à la vitesse de la balle de baseball avant et après son impact avec la batte puis à sa trajectoire et enfin à la course du batteur.

Données :

- valeur de l'accélération de la pesanteur terrestre : $g = 9{,}8\ m{\cdot}s^{-2}$;
- la valeur de la célérité c des ondes électromagnétiques dans l'air et le vide est supposée connue des candidats.

1. Lancer de la balle de baseball

L'objectif du lanceur, adversaire du batteur, est de lancer la balle avec la plus grande vitesse possible afin que le batteur ne parvienne pas à la frapper. Les joueurs professionnels atteignent des vitesses de lancer de balle de l'ordre de $v_{balle} = 140\ km{\cdot}h^{-1}$. Les deux joueurs sont distants sur le terrain d'une distance $d = 18{,}50$ m.

1.1. Évaluer la durée mise par la balle pour arriver au batteur.

1.2. Justifier la difficulté du batteur pour frapper à temps la balle lancée.

Lors des lancers, la valeur de la vitesse de la balle lancée est mesurée à l'aide d'un radar Doppler disposé derrière le batteur. Ce dispositif émet des ondes électromagnétiques de fréquence $f = 10{,}252$ GHz. Ces ondes sont réfléchies par la balle puis détectées par le radar. La valeur f' de leur fréquence est alors mesurée. On note v la norme du vecteur vitesse de la balle.

1.3. Indiquer si la fréquence des ondes reçues par le radar est supérieure, inférieure, ou égale à f. Justifier.

1.4. Dans la situation étudiée, plusieurs expressions sont proposées ci-dessous. En justifiant la réponse, indiquer, pour chaque proposition, si elle est correcte ou non.

a. $f' = f \times \left(1+\frac{2v}{c}\right)$ b. $f' = f \times \left(1-\frac{2v}{c}\right)$ c. $f' = f \times (c + 2v)$

1.5. Expliquer qualitativement l'origine du facteur 2 dans l'expression retenue.

1.6. Évaluer la valeur de la différence de fréquence $f' - f$ mesurée par le radar dans le cas d'une balle lancée par un joueur professionnel.

2. Vitesse de la balle battée

La vitesse d'une balle battée – c'est-à-dire après qu'elle ait été frappée par la batte – dépend notamment de l'efficacité du choc entre la balle lancée et la batte. En effet lors du choc, la balle de baseball se déforme et une partie de son énergie mécanique est dissipée.

On souhaite mesurer le coefficient de restitution ϵ de la balle. Il désigne le rapport entre la vitesse d'une balle juste après un choc, notée $v_{après}$, contre une surface dure et sa vitesse juste avant le choc, notée v_{avant} :

$$\epsilon = \frac{v_{après}}{v_{avant}}$$

Une balle de baseball sans vitesse initiale est lâchée d'une hauteur initiale h_1 au-dessus du sol et son mouvement est filmé dans le référentiel terrestre, supposé galiléen, puis analysé. Les actions de l'air sont supposées négligeables dans cette étude.

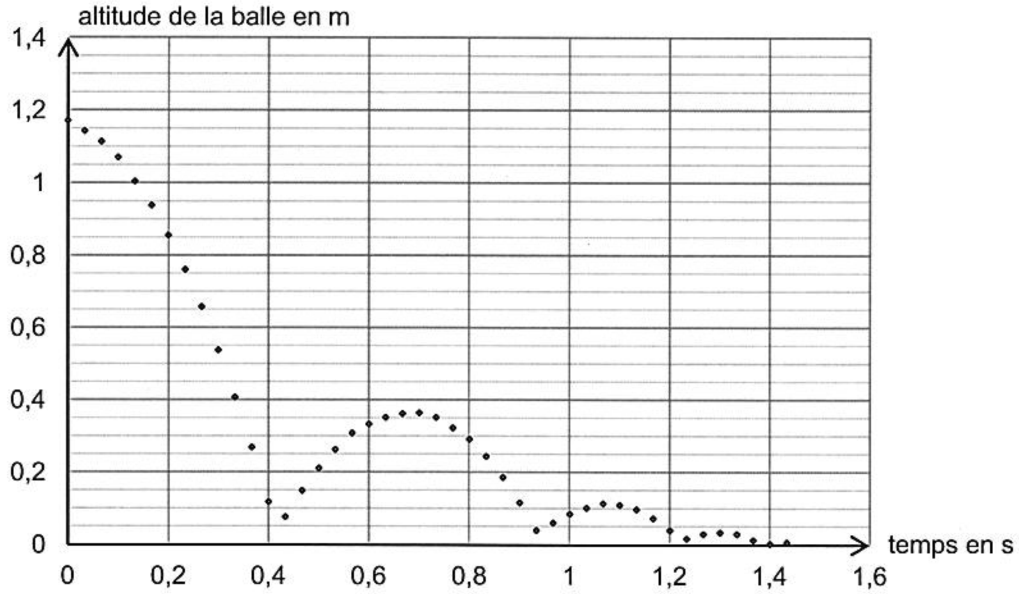


Figure 2 : Graphique représentant l'altitude de la balle de baseball au cours de ses rebonds successifs

2.1. Rappeler l'expression des énergies cinétique et potentielle de pesanteur. On notera m la masse de la balle et on définira les grandeurs utilisées.

2.2. En utilisant la conservation de l'énergie mécanique, exprimer, en fonction de h_1, l'énergie cinétique de la balle juste avant son premier impact au sol.

2.3. On note h_2 la plus haute altitude atteinte par la balle après son premier rebond. En menant le même raisonnement juste après le choc, montrer que $\epsilon = \sqrt{\frac{h_2}{h_1}}$.

2.4. Évaluer le coefficient de restitution de la balle de baseball.

La vitesse v_0 de la balle battée dépend de la vitesse v_{balle} juste avant qu'elle soit frappée et de la vitesse V que le batteur communique à sa batte au point d'impact :

$$v_0 = (1 + q) \times V + q \times v_{balle}$$

où q est déterminé notamment à l'aide du coefficient de restitution ϵ.

Les vitesses de batte sont de l'ordre de V = 110 km·h^{-1} au meilleur point d'impact.

2.5. Avec la valeur de ϵ trouvée précédemment, q = 0,25. Calculer en km·h^{-1} la valeur de la vitesse de la balle battée. Commenter la valeur obtenue.

3. Portée de la balle battée

Après la frappe de la balle par le batteur, la balle est envoyée vers le fond du terrain. Les images de la frappe sont analysées par ordinateur et permettent de mesurer la valeur v_0 de la vitesse de balle battée et l'angle de frappe α. Une étude numérique permet également de prévoir, à partir de ces mesures, la durée du vol et la portée de la balle. La portée de la balle désigne la distance au sol entre le batteur et le point de chute de la balle.

On souhaite confronter ces prédictions avec l'étude simplifiée du mouvement de la balle après la frappe dans le référentiel terrestre du terrain de baseball, supposé galiléen. Dans cette étude, on suppose que les actions de l'air sur la balle sont négligeables. L'origine O du référentiel correspond à la position initiale de la balle battée, l'axe (Oz) est vertical orienté vers le haut.

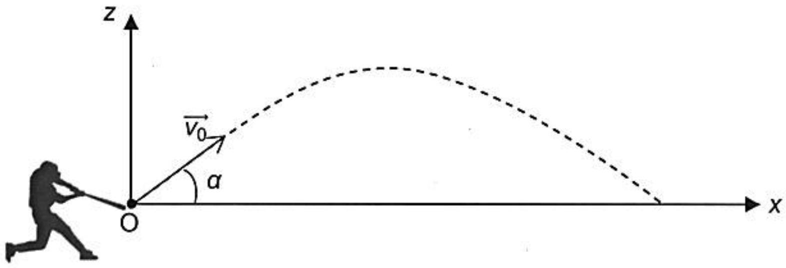


Figure 3 : Schéma de la situation sans souci d'échelle

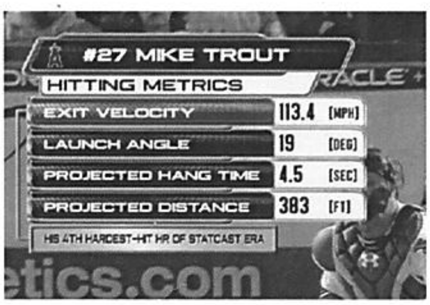


Image : analyse de la frappe de M. TROUT

Traduction et conversion des données dans le système métrique

Valeur mesurée de v_0
182 km·h^{-1}
Valeur mesurée de α
19°
Durée de vol prévue*
4,5 s
Portée prévue*
117 m

* *valeurs prévues par l'étude numérique*

Figure 4 : Image et données relatives à la balle frappée par Mike TROUT
Source: mlb.com (major league baseball)

3.1. Effectuer le bilan des forces qui s'exercent sur la balle après la frappe. On note m la masse de la balle.

3.2. À l'aide d'une loi de Newton à énoncer, établir les équations horaires du mouvement $x(t)$ et $z(t)$.

3.3. Montrer que la trajectoire de la balle vérifie l'équation :

$$z(x) = -\frac{1}{2}\cdot g\cdot\frac{x^2}{v_0^2\cdot\cos^2\alpha} + \tan\alpha\cdot x$$

3.4. À l'aide des valeurs mesurées de la figure 4, calculer, dans le cadre de ce modèle simplifié, la valeur de la portée de la balle frappée par Mike TROUT.

3.5. Comparer la valeur calculée avec les valeurs prévues à l'aide de l'étude numérique. Commenter.

4. Rejoindre la première base

En attaque, le but du jeu est de frapper la balle puis de progresser de base en base pour retourner à la base de départ afin d'inscrire des points. Il existe plusieurs options pour permettre au batteur d'atteindre la première base. La plus commune est de frapper la balle de sorte que sa durée de vol soit suffisamment longue pour que le batteur ait le temps de rejoindre la première base.

Le batteur frappe sa balle avec un angle de 40°. Dans cette étude les actions de l'air sont négligées et une estimation de la valeur de la vitesse de course du joueur est attendue. Dans ces conditions, déterminer la vitesse minimale de la balle battée pour que le batteur puisse rejoindre la première base. Commenter la valeur obtenue en sachant que les frottements de l'air ont tendance à augmenter la durée du vol.

Le candidat est invité à présenter la démarche suivie même si elle n'a pas abouti. La démarche suivie est évaluée et nécessite donc d'être correctement présentée.