BACCALAUREAT TECHNOLOGIQUE

SESSION 2019

MATHÉMATIQUES

SCIENCES ET TECHNOLOGIES DU MANAGEMENT ET DE LA GESTION - STMG

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **3 heures** COEFFICIENT : **3**

L'usage de tout modèle de calculatrice, avec ou sans mode examen, est autorisé.

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.
Il sera tenu compte de la clarté des raisonnements et de la qualité de la rédaction dans l'appréciation des copies.

Ce sujet comporte 7 pages numérotées de 1/7 à 7/7.
La page 7/7 est une annexe au sujet, à rendre avec la copie.
Dès que le sujet lui est remis, le candidat doit s'assurer qu'il est complet.

Exercice 1 (5 points)

Cet exercice est un Questionnaire à Choix Multiples (QCM).
Pour chaque question, une et une seule réponse est exacte.
Une réponse juste rapporte un point tandis qu'une réponse fausse ou une absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.
Recopier sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.

1) Soit X une variable aléatoire qui suit la loi normale de paramètres $\mu = 12$ et $\sigma = 2$.
Quelle est la valeur de la probabilité $P(X \geq 14)$ arrondie au centième ?

A) 0,16 B) 0,20 C) 0,80 D) 0,84

2) Un candidat aux élections municipales a fait réaliser un sondage auprès de 400 électeurs. 112 de ces 400 électeurs ont affirmé vouloir voter pour ce candidat. Un intervalle de confiance au seuil de 95 % dans lequel devrait se trouver la proportion d'électeurs votant pour le candidat aux élections municipales est :

A) [0,230 ; 0,330] B) [0,277 ; 0,283] C) [0,307 ; 0,407] D) [0,354 ; 0,360]

3) Soit (V_n) la suite géométrique de raison $q = 1{,}2$ et de premier terme $V_1 = 6$.
Quelle est la valeur de V_6 arrondie au dixième ?

A) 12,0 B) 13,2 C) 14,9 D) 17,9

4) On considère l'algorithme suivant. Quelle est la valeur de n à la fin de cet algorithme ?

```
n ← 1
V ← 6
Tant que  V < 31
      n ← n + 1
      V ← V × 1,2
FinTant que
```

A) 9 B) 10 C) 11 D) 12

5) Soit (U_n) la suite arithmétique de raison 3 et telle que $U_4 = 81$.
Le premier terme U_0 de la suite (U_n) est :

A) 1 B) 3 C) 69 D) 72

Exercice 2 (5 points)

Les parties A et B de cet exercice sont indépendantes.

Partie A

Deux ateliers A et B fabriquent des stylos pour une entreprise.
L'atelier A fabrique 60% des stylos, et parmi ceux-là, 5% possèdent un défaut de fabrication.
De plus, 1% des stylos possèdent un défaut de fabrication et sortent de l'atelier B.
Un stylo est prélevé au hasard dans le stock de l'entreprise.
On considère les événements suivants :

A : « Le stylo a été fabriqué par l'atelier A »

B : « Le stylo a été fabriqué par l'atelier B »

D : « Le stylo possède un défaut de fabrication »

1) Donner les probabilités $P(A)$, $P(B)$, $P_A(D)$ et $P(B \cap D)$.

On pourra s'appuyer sur un arbre de probabilités que l'on complètera au fur et à mesure pour répondre aux questions suivantes.

2) a) Calculer la probabilité qu'un stylo provienne de l'atelier A et possède un défaut de fabrication.

b) En déduire que la probabilité qu'un stylo possède un défaut de fabrication est de 0,04.

3) On prélève un stylo au hasard dans l'atelier B. Quelle est la probabilité qu'il possède un défaut ?

Partie B

Dans cette partie, on suppose que 4% des stylos possèdent un défaut de fabrication.
L'entreprise confectionne des paquets contenant chacun 25 stylos.
Le fait qu'un stylo possède ou non un défaut de fabrication est indépendant des autres stylos.
On appelle X la variable aléatoire donnant pour un paquet le nombre de stylos qui possèdent un défaut de fabrication.
On admet que la variable aléatoire X suit une loi binomiale.

1) Préciser les paramètres de cette loi binomiale.

2) Le directeur de l'entreprise affirme qu'il y a plus d'une chance sur deux qu'un paquet ne comporte aucun stylo défectueux. A-t-il raison ?

Exercice 3 (6 points)

Une entreprise fabrique chaque jour des rouleaux de tissu en coton.

La production quotidienne varie entre 1 et 10 kilomètres de tissu.

On note x la production de tissu en kilomètres.

Le coût total de production, exprimé en euros, de x kilomètres de tissu est donné par la fonction C définie pour x appartenant à [1 ; 10] par :

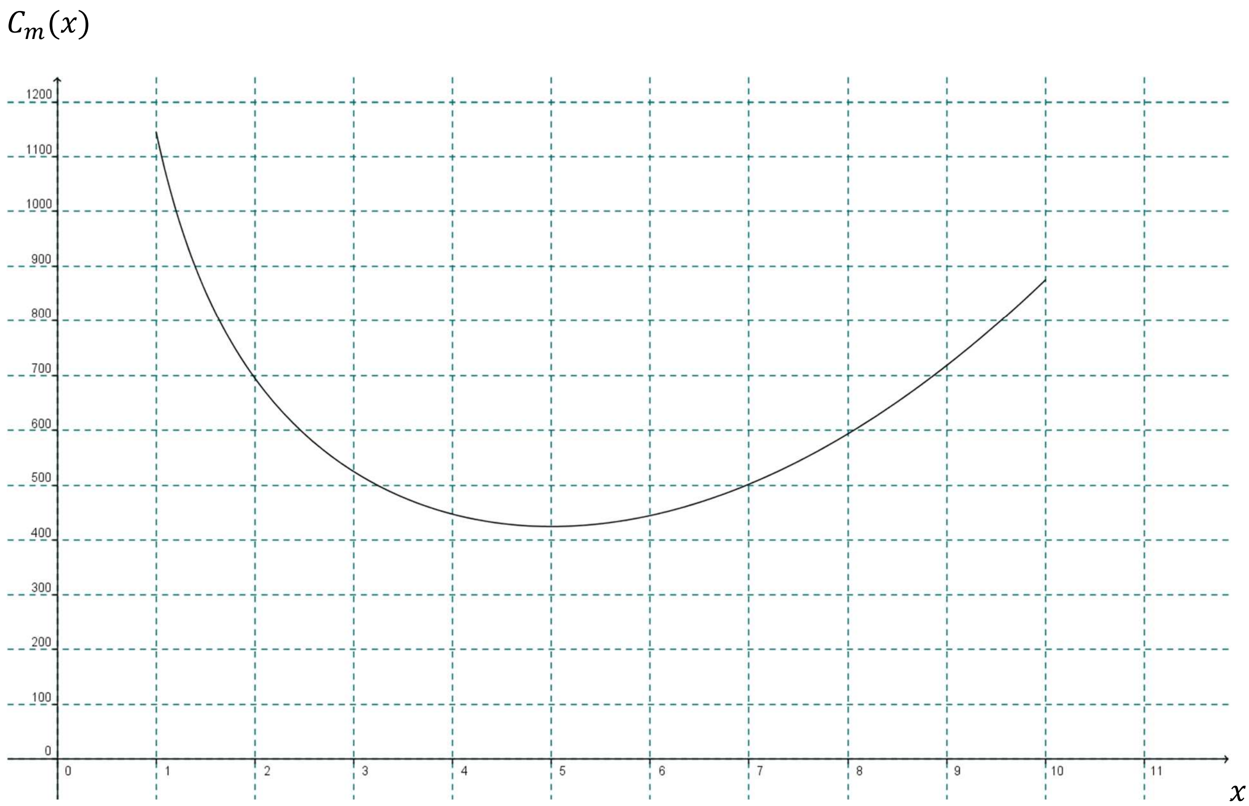
$$C(x) = 15x^3 - 120x^2 + 500x + 750$$

Partie A : lectures graphiques

On appelle coût moyen de production la fonction C_m définie sur l'intervalle [1 ; 10] par :

$$C_m(x) = \frac{C(x)}{x}$$

La représentation graphique de la fonction C_m est donnée ci-dessous.



1) Donner par lecture graphique une valeur approchée de $C_m(7)$.

2) À l'aide de la représentation graphique, donner le tableau de variations de C_m sur [1 ; 10].

3) Déterminer par lecture graphique combien de kilomètres de tissu l'entreprise doit fabriquer pour que le coût moyen de production soit minimal.

Partie B : étude du bénéfice

On suppose que l'entreprise vend chaque jour sa production journalière.

Le prix de vente d'un kilomètre de tissu est de 680 €.

On rappelle que le nombre de kilomètres de tissu x fabriqués varie chaque jour entre 1 et 10.

On note $R(x)$ la recette, exprimée en euros, correspondant à la vente de x kilomètres de tissu.

On note $B(x)$ le bénéfice, exprimé en euros, réalisé par l'entreprise pour la vente de x kilomètres de tissu.

1) Exprimer $R(x)$ en fonction de x.

2) Justifier que l'expression de $B(x)$ en fonction de x est : $B(x) = -15x^3 + 120x^2 + 180x - 750$.

3) On note B' la fonction dérivée de la fonction B. Pour tout nombre réel x appartenant à l'intervalle [1 ; 10], calculer $B'(x)$.

4) a) Étudier pour tout x réel le signe du trinôme $-45x^2 + 240x + 180$.

   b) En déduire le signe de la fonction B' sur l'intervalle [1 ; 10].

5) En utilisant la question précédente, donner le tableau de variations complet de la fonction B sur l'intervalle [1 ; 10].

6) Déterminer le nombre de kilomètres de tissu que l'entreprise doit produire et vendre chaque jour pour que le bénéfice réalisé soit maximal. Que vaut ce bénéfice maximal ?

Exercice 4 (4 points)

Le tableau suivant donne le chiffre d'affaires mondial d'une entreprise entre 2010 et 2016 en millions d'euros.

Année	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6
Chiffre d'affaires y_i (en millions d'euros)	18,3	20,1	23,3	25,3	27,8	30,6	32,4

Partie A : étude d'un premier modèle

1) Sur le graphique donné en **annexe à rendre avec la copie**, représenter le nuage de points de coordonnées $(x_i\,;y_i)$ pour i variant de 0 à 6.

2) a) À l'aide de la calculatrice, donner une équation de la droite d'ajustement affine de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés. Les coefficients seront arrondis au centième.

   Dans la suite, on choisit la droite d d'équation $y = 2{,}4x + 18{,}1$ comme ajustement affine du nuage de points.

   b) Tracer la droite d sur le même graphique donné **en annexe**.

3) En supposant que cet ajustement demeure valable pendant plusieurs années, donner par lecture graphique le chiffre d'affaires de cette entreprise en 2020. Arrondir au million près.

Partie B : étude d'un second modèle

1) Déterminer, à l'aide du tableau, le taux d'évolution global du chiffre d'affaires de l'entreprise entre 2010 et 2016. On exprimera le résultat en pourcentage arrondi au centième.

2) Déterminer le taux d'évolution moyen annuel entre 2010 et 2016, exprimé en pourcentage arrondi à l'entier le plus proche.

3) On suppose que le taux d'évolution annuel sera de 10% entre 2016 et 2020. Estimer le chiffre d'affaires de l'entreprise en 2020. Arrondir au million près.

ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE

Exercice 4