

# BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

**SESSION 2015**

## MATHÉMATIQUES

**Série : SCIENCES ET TECHNOLOGIES DU MANAGEMENT ET DE LA GESTION  
STMG**

**DURÉE DE L'ÉPREUVE : 3 heures – COEFFICIENT : 3**

Calculatrice autorisée, conformément à la circulaire n°99-186 du 16 novembre 1999.

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée. Il sera tenu compte de la clarté des raisonnements et de la qualité de la rédaction dans l'appréciation des copies.

Ce sujet comporte 6 pages numérotées de 1/6 à 6/6.

Dès que le sujet lui est remis le candidat doit s'assurer qu'il est complet.

### Exercice 1 (4 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Le candidat recopiera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Pour chaque question, une seule des trois propositions est exacte.

Aucune justification n'est demandée.

Une réponse exacte rapporte un point, une réponse fausse ou l'absence de réponse n'enlève aucun point.

1. Le prix d'un article soldé est de 41,40 €. L'étiquette indique « -40 % ». Le prix de l'article avant les soldes était de :
- a) 69 €                      b) 81,40 €                      c) 58 €

2. Une entreprise produit un grand nombre d'ampoules. La proportion d'ampoules défectueuses dans la production est de 0,03. On prélève successivement et de façon indépendante quatre ampoules dans la production. Une valeur approchée au millième de la probabilité que, parmi ces quatre ampoules, exactement deux soient défectueuses est :
- a) 0,250                      b) 0,060                      c) 0,005

3. On considère la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[0 ; 10]$  par :

$$f(x) = \frac{x^2 + 5x}{3x + 4}$$

La dérivée de la fonction  $f$  est donnée par :

- a)  $f'(x) = \frac{2x + 5}{3}$                       b)  $f'(x) = \frac{9x^2 + 38x + 20}{(3x + 4)^2}$                       c)  $f'(x) = \frac{3x^2 + 8x + 20}{(3x + 4)^2}$

4. On considère la fonction  $g$  définie pour tout nombre réel  $x$  par :

$$g(x) = 2x^3 + 4x + 2$$

Une équation de la tangente à la courbe représentative de  $g$  au point d'abscisse 2 est :

- a)  $y = 26x + 2$                       b)  $y = 28x - 30$                       c)  $y = 28x + 26$

## Exercice 2 (5 points)

Le tableau ci-dessous donne le nombre d'habitants en millions de la population française en fonction de l'année.

Année	Rang $x_i$	Nombre $y_i$ d'habitants en millions
2000	0	60,5
2001	1	60,9
2002	2	61,4
2003	3	61,8
2004	4	62,3
2005	5	62,7
2006	6	63,2
2007	7	63,6
2008	8	63,9
2009	9	64,3
2010	10	64,6

Source : INSEE

### Partie A : premier modèle

1. À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite d'ajustement affine de  $y$  en  $x$ , obtenue par la méthode des moindres carrés (les coefficients seront arrondis au centième).
2. On décide d'ajuster ce nuage de points par la droite  $D$  d'équation  $y = 0,4x + 60,6$ . Sur la base de ce modèle, donner une estimation du nombre d'habitants en France en 2050.

### Partie B : deuxième modèle

1. Calculer le taux d'évolution global du nombre d'habitants de la population française, exprimé en pourcentage et arrondi à 0,001 %, entre les années 2000 et 2010.
2. En déduire le taux d'évolution annuel moyen sur cette même période, exprimé en pourcentage et arrondi à 0,001 %.
3. Dans la suite de l'exercice, on suppose qu'à partir de 2010, le nombre d'habitants augmente de 0,66 % par an.  
Cette évolution conduit à estimer le nombre d'habitants, exprimé en millions, au cours de l'année  $2010 + n$  ( $n$  désignant un entier naturel), à partir de la valeur du  $n$ -ième terme d'une suite géométrique  $(u_n)$ .
  - a. Quels sont le premier terme et la raison de la suite  $(u_n)$  ?
  - b. Exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$ .
  - c. Montrer que, selon ce modèle, il y aura environ 84 millions d'habitants en France en 2050.

### Partie C

D'après certains experts, la population mondiale devrait atteindre neuf milliards en 2050.

Justifier, par un calcul, la phrase suivante :

« En 2050, il y aura moins d'une personne sur cent de la population mondiale qui vivra en France. »

### Exercice 3 (5 points)

Une entreprise fabrique un modèle de meuble en bois. Elle peut produire au maximum 100 meubles par jour.

Pour  $x$  meubles fabriqués et vendus, le coût de production journalier (exprimé en euros), noté  $C(x)$ , est donné par :

$$C(x) = 2,25x^2 - 6x + 20$$

Chaque meuble est vendu 299 €.

L'entreprise est ouverte cinq jours par semaine.

Le chef d'entreprise a réalisé la feuille de calcul suivante :

	A	B	C	D
1	x	Recette	Coût	Bénéfice
2	0	0	20	-20
3	10	2990	185	2805
4	20			
5	30			
6	40			
7	50			
8	60			
9	70			
10	80			
11	90			
12	100			

- Donner une formule qui, saisie dans la cellule B2, permet d'obtenir par recopie vers le bas, la recette en fonction du nombre de meubles fabriqués et vendus chaque jour.
  - Donner une formule qui, saisie dans la cellule C2, permet d'obtenir, par recopie vers le bas, le coût en fonction du nombre de meubles fabriqués et vendus chaque jour.
  - Calculer les valeurs associées aux cellules B7, C7 et D7.
- Montrer que le bénéfice journalier correspondant à la production et la vente de  $x$  meubles ( $x \in [0 ; 100]$ ) est donné par  $B(x) = -2,25x^2 + 305x - 20$ .
- Calculer  $B'(x)$  et donner le tableau de variations de  $B$  sur  $[0 ; 100]$ .
- Combien de meubles faut-il produire et vendre pour réaliser un bénéfice journalier maximal ?  
Déterminer le bénéfice maximal que peut réaliser l'entreprise sur une période de quatre semaines.

## Exercice 4 (6 points)

### Partie A

Une entreprise de 2000 salariés compte 1200 techniciens et 800 ingénieurs.

Parmi les techniciens, 25 % déjeunent dans le restaurant de l'entreprise.

Parmi les ingénieurs, 20 % déjeunent dans ce même restaurant.

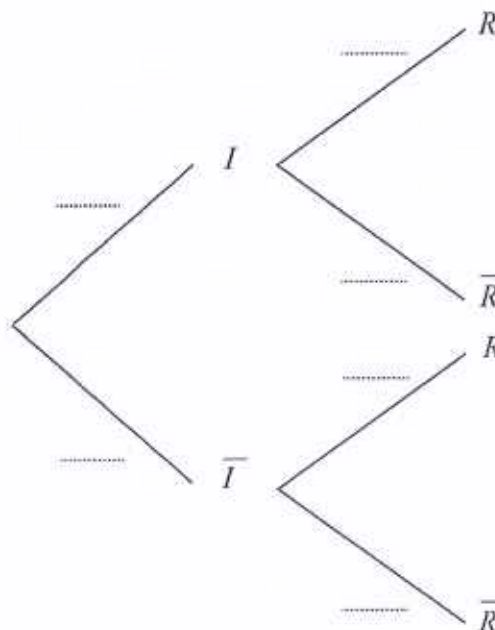
On interroge un salarié au hasard.

On note  $I$  l'événement « le salarié interrogé est ingénieur » et  $R$  l'événement « le salarié interrogé déjeune dans le restaurant de l'entreprise ».

Pour tout événement  $E$ , on note  $\bar{E}$  son événement contraire et  $p(E)$  sa probabilité.

1. Reproduire et compléter l'arbre de probabilités ci-contre.
2. Montrer que  $p(R) = 0,23$ .
3. Un salarié sort du restaurant de l'entreprise après y avoir déjeuné.

Calculer la probabilité, arrondie au millième, pour qu'il soit ingénieur.



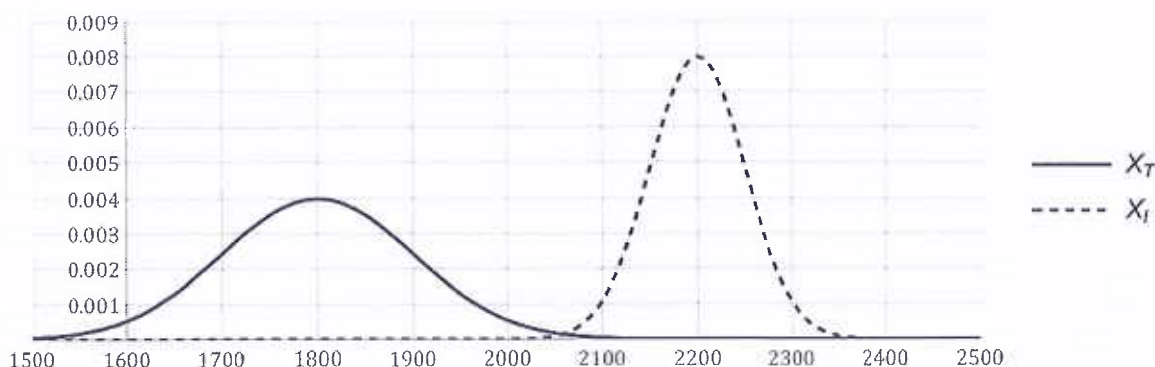
### Partie B

On rappelle que cette entreprise est composée de 1200 techniciens et de 800 ingénieurs.

On modélise le salaire mensuel, exprimé en euros, d'un technicien de l'entreprise par une variable aléatoire  $X_T$  suivant une loi normale d'espérance  $m_T$  et d'écart type 200.

On modélise le salaire mensuel, exprimé en euros, d'un ingénieur de l'entreprise par une variable aléatoire  $X_I$  suivant une loi normale d'espérance  $m_I$  et d'écart type 150.

On donne ci-dessous la représentation graphique des fonctions de densité des variables  $X_T$  et  $X_I$ .



1. Déterminer graphiquement  $m_T$  et  $m_I$ .
2. Donner une valeur arrondie au centième de  $p(X_T \leq 1600)$ .
3. En déduire une estimation du nombre de techniciens dont le salaire mensuel est inférieur ou égal à 1 600 € par mois.

### Partie C

Une restructuration de l'entreprise a permis de promouvoir 250 techniciens au statut d'ingénieur. Les deux tableaux suivants rendent compte de cette évolution.

Avant Restructuration	Techniciens	Ingénieurs	Après restructuration	Techniciens	Ingénieurs
Effectif	1200	800	Effectif	950	1050
Salaire mensuel moyen	1800	2200	Salaire mensuel moyen	1764	2156

1. a. Calculer le taux d'évolution, exprimé en pourcentage, du salaire mensuel moyen des techniciens.  
b. Calculer le taux d'évolution, exprimé en pourcentage, du salaire mensuel moyen des ingénieurs.
2. a. Calculer la masse salariale (c'est-à-dire le montant total des salaires de tous les employés) avant et après la restructuration.  
b. Comment expliquer que la masse salariale a augmenté alors que le salaire mensuel moyen de chaque catégorie a diminué ?