

# BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

**SESSION 2016**

## MATHÉMATIQUES

**JEUDI 16 JUIN 2016**

**Série : SCIENCES ET TECHNOLOGIES DU MANAGEMENT ET DE LA GESTION  
STMG**

**DURÉE DE L'ÉPREUVE : 3 heures – COEFFICIENT : 3**

Calculatrice autorisée, conformément à la circulaire n°99-186 du 16 novembre 1999.

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée. Il sera tenu compte de la clarté des raisonnements et de la qualité de la rédaction dans l'appréciation des copies.

Ce sujet comporte 7 pages numérotées de 1/7 à 7/7.

**Les pages 6 et 7 sont des annexes au sujet, à rendre avec la copie.**

Dès que le sujet lui est remis le candidat doit s'assurer qu'il est complet.

### Exercice 1 (4 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM). Pour chacune des quatre questions, une seule des quatre réponses proposées est correcte. Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée. Chaque réponse correcte rapporte un point. Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte ni ne retire aucun point.

Les parties A et B sont indépendantes.

#### Partie A

On donne le tableau de variations d'une fonction  $f$  définie et dérivable sur  $[0 ; 6]$  dont la dérivée est notée  $f'$ .

$x$	0	1	4	6			
Signe de $f'(x)$		-	0	+	0	-	
Variations de $f$	10		4,5		18		-8

- Une équation de la tangente à la courbe représentative de  $f$  au point d'abscisse 4 est :  
a)  $y = 18x$                       b)  $y = 0$                       c)  $y = 18$                       d)  $y = 4$
- Une expression possible de  $f'(x)$ , pour tout  $x \in [0 ; 6]$ , est :  
a)  $f'(x) = -3x^2 + 15x - 12$                       b)  $f'(x) = 3x^2 - 15x + 12$   
c)  $f'(x) = -3x^2 - 15x - 12$                       d)  $f'(x) = 3x^2 + 15x + 12$

#### Partie B

Un test d'aptitude est évalué sur 100 points. Il faut obtenir au moins 60 points pour le réussir. Le score d'un candidat est modélisé par une variable aléatoire  $X$  suivant une loi normale d'espérance  $\mu = 66$  et d'écart type  $\sigma$  inconnu.

La probabilité, pour un candidat pris au hasard, d'obtenir un score compris entre 60 et 72 points est égale à 0,95.

- Parmi les valeurs ci-dessous, la plus proche de  $\sigma$  est :  
a) 3                      b) 6                      c) 5                      d) 9
- Pour réussir le test, il faut obtenir 60 points ou plus. La probabilité pour un candidat d'échouer à ce test est de :  
a) 0,9                      b) 0,1                      c) 0,05                      d) 0,025

## Exercice 2 (4 points)

Une entreprise automobile produit l'ensemble de ses véhicules électriques sur deux sites A et B.

En 2015, la production annuelle a été de 95 000 véhicules, répartie de la façon suivante : 42 000 véhicules sur le site A et 53 000 véhicules sur le site B.

La direction décide de diminuer la production annuelle sur le site A au profit du site B, tout en maintenant constante la production totale.

Les parties A et B sont indépendantes.

### Partie A

Par rapport à 2015, le nombre de véhicules électriques produits sur le site A en 2016 a diminué d'un certain nombre de véhicules électriques.

La direction décide de maintenir cette diminution jusqu'à une production nulle en 2027.

Pour tout entier  $n$  compris entre 0 et 12 on note  $u_n$  le nombre de véhicules électriques produits sur le site A lors de l'année 2015 +  $n$ .

1. D'après les données de l'énoncé, quelles sont les valeurs de  $u_0$  et de  $u_{12}$  si la planification de l'entreprise est respectée ?
2. Pour satisfaire aux exigences de la direction, de combien de véhicules électriques doit-on diminuer chaque année la production sur le site A ?

### Partie B

Par rapport à 2015, le nombre de véhicules électriques produits sur le site B en 2016 a augmenté de 5 %.

La direction décide de maintenir chaque année cette augmentation de 5 % par rapport à la production de l'année précédente.

On modélise le nombre de véhicules électriques produits sur le site B à partir de 2015 par une suite géométrique  $(v_n)$ .

1. Préciser son premier terme et sa raison.
2. Pour tout entier positif  $n$ , déterminer l'expression de  $v_n$  en fonction de  $n$ .
3. Déterminer le nombre de véhicules électriques produits sur le site B en 2016 et en 2017.
4. On donne l'algorithme suivant :

Variables	$v$ est un nombre réel $k$ est un nombre entier
Traitement	$v$ prend la valeur 53 000 $k$ prend la valeur 0 Tant que $v < 95\,000$ $v$ prend la valeur $v \times 1,05$ $k$ prend la valeur $k + 1$ Fin Tant que Afficher $k$

Interpréter le nombre  $k$  affiché en sortie.

### Exercice 3 (5 points)

Le tableau ci-dessous indique la quantité de gaz à effet de serre émise annuellement en France entre 2004 et 2011. Cette quantité est exprimée en million de tonnes et arrondie au centième.

Année	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Rang de l'année : $x_i$	1	2	3	4	5	6	7	8
Quantité émise : $y_i$	557,21	558,78	546,98	537,66	532,85	509,25	516,45	490,01

Source : Agence Européenne de l'Environnement

Le but de l'exercice est de prévoir la quantité émise en 2016 à partir de deux modélisations différentes.

Les parties A et B sont indépendantes.

#### Partie A

Une représentation graphique du nuage de points de coordonnées  $(x_i ; y_i)$  est donnée en annexe 1, à rendre avec la copie.

On décide de modéliser cette évolution par un ajustement affine.

1. À l'aide de la calculatrice, donner une équation de la droite qui réalise un ajustement affine du nuage de points, obtenue par la méthode des moindres carrés. Les coefficients seront arrondis au centième.
2. Dans la suite du problème, on décide d'ajuster le nuage de points  $(x_i ; y_i)$  par la droite  $D$  d'équation  $y = -9,5x + 574$ .  
Construire la droite  $D$  sur le graphique donné dans l'annexe 1.
3. En utilisant l'ajustement de la question précédente, quelle quantité de gaz à effet de serre émis en France peut-on prévoir pour l'année 2016 ?

#### Partie B

1. Déterminer le taux d'évolution global, exprimé en pourcentage et arrondi au centième, entre 2004 et 2011, de la quantité de gaz à effet de serre émise en France.
2. Justifier alors que la baisse annuelle moyenne d'émission de gaz à effet de serre sur cette période, arrondie au centième, est égale à 1,82 %,.
3. On fait l'hypothèse que les émissions de gaz à effet de serre continuent de baisser annuellement de 1,82 %. Selon cette hypothèse, quelle devrait être la quantité de gaz à effet de serre, exprimée en million de tonnes et arrondie au centième, émise en France en 2016 ?

### Exercice 4 (7 points)

Une agence lance une campagne publicitaire sur une durée de 15 semaines, dans une ville donnée, afin de promouvoir une nouvelle marque de boissons gazeuses.

#### Partie A

Une étude montre qu'après  $x$  semaines de campagne publicitaire, le pourcentage des personnes résidant dans cette ville ayant pris connaissance de la marque est donné par l'expression

$$f(x) = \frac{75x}{x+2}$$

où  $x$  est un réel compris entre 0 et 30.

La courbe représentative de  $f$  sur l'intervalle  $[0 ; 10]$  est fournie en annexe 2.

L'objectif fixé à l'agence par l'entreprise qui produit cette nouvelle marque de boissons est qu'au moins 70 % des habitants de la ville aient pris connaissance de cette marque.

1. Peut-on affirmer qu'après 10 semaines de publicité, l'objectif fixé est atteint ? Justifier la réponse.
2. Déterminer graphiquement le nombre de semaines nécessaires pour que le pourcentage d'habitants ayant pris connaissance de la marque passe de 50 % à 60 %. On laissera apparents les tracés utiles.

3. On note  $f'$  la dérivée de  $f$ . Montrer que, pour tout réel  $x \in [0 ; 15]$ ,

$$f'(x) = \frac{150}{(x+2)^2}$$

4. En utilisant le signe de sa dérivée, déterminer les variations de  $f$  sur l'intervalle  $[0 ; 15]$ .
5. Après ces 15 semaines de campagne, l'agence demande un délai supplémentaire. Justifier cette demande.
6. Combien de semaines supplémentaires de campagne seront nécessaires à l'agence pour atteindre l'objectif fixé par l'entreprise ?

#### Partie B

Dans cette partie, on admet que 20 % des consommateurs ayant pris connaissance de cette nouvelle marque sont prêts à acheter la boisson et que 96 % des personnes ignorant cette marque jusqu'ici ne l'achèteront pas.

Après 3 semaines de publicité, on interroge un habitant de la ville au hasard.

On note  $C$  et  $A$  les événements :

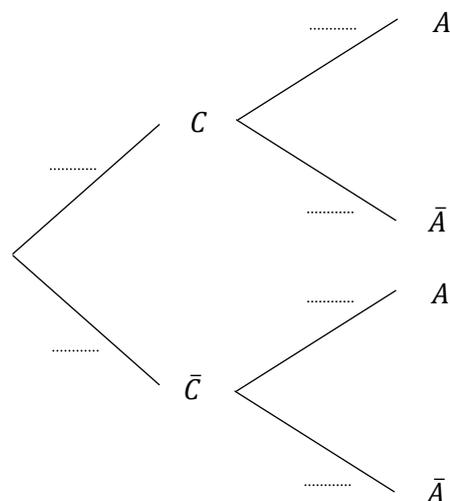
- $C$  : « l'habitant connaît la marque de boisson »
- $A$  : « l'habitant est prêt à acheter la boisson »

Dans les questions suivantes, pour tout événement  $E$ , on note  $p(E)$  la probabilité de  $E$  et  $\bar{E}$  l'événement contraire de  $E$ .

1. En utilisant les informations de la partie A, justifier que  $p(C) = 0,45$  puis recopier et compléter sur la copie l'arbre donné ci-contre.
2. Déterminer la probabilité qu'un habitant de la ville ait pris connaissance de la marque de la boisson et soit prêt à l'acheter.
3. Justifier que  $p(A) = 0,112$ .
4. Le résultat précédent permet de formuler l'hypothèse qu'après 3 semaines de campagne publicitaire, 11,2 % des habitants de la ville sont prêts à acheter la nouvelle marque de boisson de l'entreprise. L'agence de publicité décide de tester la validité de cette hypothèse.

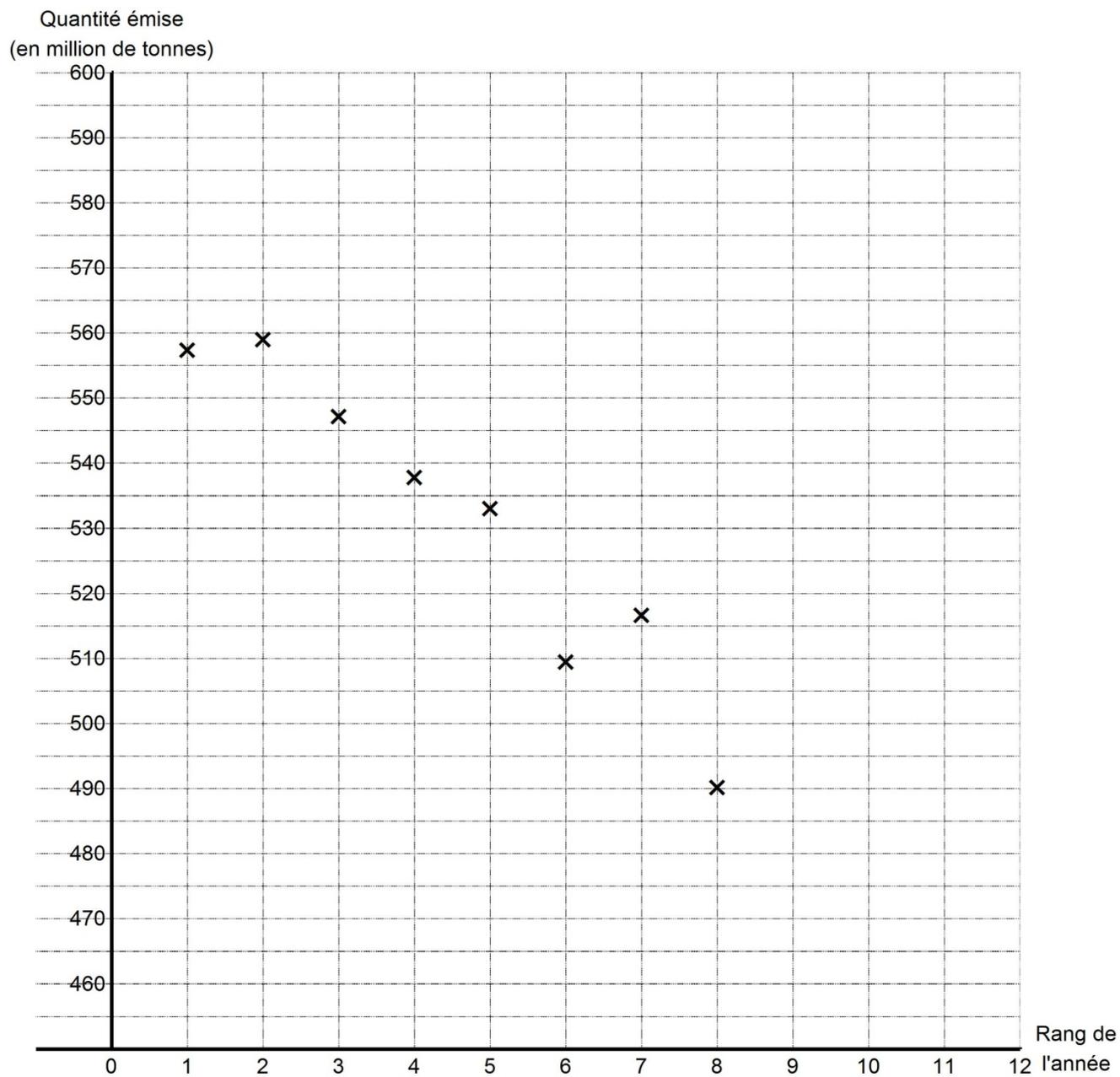
Elle interroge un échantillon de 500 habitants de la ville pris au hasard. Parmi eux, 44 se disent effectivement prêts à acheter cette nouvelle boisson.

Au regard de ce sondage, peut-on rejeter, au risque de 5 %, l'hypothèse formulée ci-dessus ? Justifier la réponse.



# Annexe à rendre avec la copie

## Annexe 1, exercice 3



# Annexe à rendre avec la copie

## Annexe 2, exercice 4

