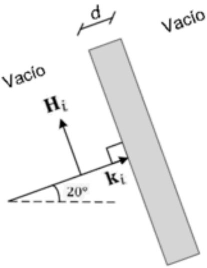
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE HONDURAS
FACULTAD DE INGENIERÍA
IE-416 ELECTROMAGNETISMO I 16:00
EXAMEN DEL SEGUNDO PARCIAL
SEGUNDO PERÍODO DE 2024
JUEVES 01 DE AGOSTO

NOTA

NOMBRE: PAUTA CUENTA:
PROFESOR: SECCIÓN:
FIRMA (ASISTENCIA): FIRMA (REVISIÓN):

1. [30%] Un campo $\mathbf{H}_i$ que viaja en vacío, de amplitud $1\ \mathrm{A/m}$ y frecuencia de $200\ \mathrm{MHz}$ golpea una hoja de plata ($\sigma = 61.7\ \mathrm{MS/m}$), como se muestra la figura. Si la amplitud de campo magnético después de pasar la hoja es $H_{t0} = 1.78 \times 10^{-5}\ \mathrm{A/m}$, determine el espesor d de la lámina.

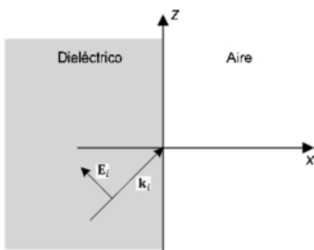


2. [35%] En un medio dieléctrico ($\varepsilon = 9\varepsilon_0, \mu = \mu_0$), una onda plana incide en una frontera de aire en $x = 0$, como lo muestra la figura. Se observa que el campo eléctrico transmitido es:

$$\mathbf{E}_t = -150.8 \cos\left(10^9 t - \frac{\psi}{3} z\right) \hat{\mathbf{x}}\ \mathrm{V/m}$$

Encuentre:

a) [5%] La constante positiva ψ.
b) [5%] El ángulo de incidencia θ_I, reflexión θ_R y transmisión θ_T.
c) [5%] La longitud de onda en el dieléctrico y en el aire.
d) [15%] El campo magnético incidente $\mathbf{H}_i$
e) [5%] La magnitud del campo eléctrico transmitido cuando la onda incide con el ángulo de Brewster.



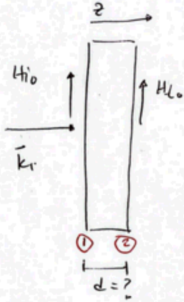
3. [35%] Una onda plana que se propaga en aire tiene un fasor de campo eléctrico cuya forma es:

$$\mathbf{E}_{is} = \hat{\mathbf{y}} E_{io} e^{-j(3x+4z)} \text{ V/m}$$

Esta onda incide en la frontera de un material dieléctrico no magnético con $\varepsilon_r = 4$ localizado en $z \geq 0$. Si la densidad de potencia promedio de la onda en el material dieléctrico es 0.36 W/m^2, determine:

a) [10%] La amplitud del campo incidente E_{io}, considerada positiva
b) [5%] El ángulo de incidencia θ_I, reflexión θ_R y transmisión θ_T
c) [5%] El campo eléctrico reflejado $\mathbf{E}_r(\mathbf{r}, t)$
d) [5%] El campo magnético reflejado $\mathbf{H}_r(\mathbf{r}, t)$
e) [5%] El campo eléctrico transmitido $\mathbf{E}_t(\mathbf{r}, t)$
f) [5%] El vector de Poynting promedio temporal en el material dieléctrico

#1



$H_{io} = 1 \text{ A/m}$

$f = 200 \text{ MHz}$

$\sigma = 61.7 \text{ MS/m}$

$H_{to} = 1.78 \times 10^{-5} \text{ A/m}$

$d = ?$

En la lámina: $H = \underbrace{H_{o1}\, e^{-\alpha z}}_{\text{de interés}} \cos(\omega t - kz)\,\hat{H}$

$$H_{o2} = H_{o1}\, e^{-\alpha d} \Rightarrow \ln\left(\frac{H_{o2}}{H_{o1}}\right) = -\alpha d \Rightarrow d = -\frac{1}{\alpha} \ln\left(\frac{H_{o2}}{H_{o1}}\right) \quad \text{(I)}$$

H_{o1}: campo transmitido después de frontera 1

H_{o2}: campo incidente a frontera 2

Ambos los podemos calcular con los datos dados y ecuaciones de Fresnel para incidencia normal.

Frontera 1

$$\frac{E_{t1}}{E_{i1}} = \frac{2\eta_2}{\eta_2 + \eta_0}\ ; \quad H_{ot} = \frac{E_{tr}}{\eta_2}\ , \quad E_{i1} = \eta_0 H_{io}$$

$$\frac{H_{ot}\,\cancel{\eta_2}}{E_{i1}} = \frac{2\cancel{\eta_2}}{\eta_2 + \eta_0} \Rightarrow H_{ot} = \frac{2\eta_0 H_{io}}{\eta_2 + \eta_0}$$

$$\eta_0 = 120\pi$$

$$\eta_2 = \sqrt{\frac{j\omega\mu_0}{\sigma + j\omega\epsilon_0}} = 0.0051 \angle 45^\circ \quad +6$$

$$|H_{01}| = 2 \text{ A/m} \quad + 7$$

Frontera (2)

$$\frac{E_{t2}}{E_{i2}} = \frac{2\eta_0}{\eta_0+\eta_2} \; ; \quad H_{02} = \frac{E_{i2}}{\eta_2} \; , \quad E_{t2} = \eta_0 H_{t0}$$

$$\frac{\cancel{\eta_0} H_{t0}}{\eta_2 H_{02}} = \frac{2\cancel{\eta_0}}{\eta_0+\eta_2} \Rightarrow \frac{H_{t0}}{H_{02}} = \frac{2\eta_2}{\eta_0+\eta_2}$$

$$|H_{02}| = \left| \left(\frac{\eta_0+\eta_2}{2\eta_2} \right) \right| H_{t0} = 0.663 \text{ A/m} \quad +7$$

Finalmente sustituyendo en (I):

$$d = -\frac{1}{\alpha} \ln\left(\frac{0.663}{2}\right) \; ; \quad \alpha = \omega\sqrt{\frac{\epsilon\mu}{2}\left[\sqrt{1+\left(\frac{\sigma}{\epsilon\omega}\right)^2} - 1\right]}^{1/2}$$

$$\alpha = 220{,}718 \text{ m}^{-1} \quad +5$$

$$d = 5\times10^{-6} \text{ m} = 5\mu\text{m} \quad +5$$

Ver notebook para cálculos.

ANEXO PROBLEMA 1

In[•]:=
```
ϵ = 8.854 * 10^(-12); μ = 4 * Pi * 10^(-7); ω = 2 * Pi * 200 * 10^6;
σ = 61.7 * 10^6;
η0 = 120 * Pi;
Hi0 = 1;
Ht0 = 1.78 * 10^(-5);
```

In[•]:=
```
η2 = Sqrt[(I * ω * μ) / (σ + I * ω * ϵ)]
```
Out[•]= 0.00357727 + 0.00357727 i

In[•]:=
```
AbsArg[0.0035772746438178255` + 0.0035772746431727413` i]
```
Out[•]= {0.00505903, 0.785398}

In[•]:=
```
0.7853981633072841` * (180 / Pi)
```
Out[•]= 45.

In[•]:=
```
H01 = Abs[(2 * η0 * Hi0 / (η2 + η0))]
```
Out[•]= 1.99998

In[•]:=
```
AbsArg[H01]
```
Out[•]= $\{1.99998, -9.48893\times10^{-6}\}$

In[•]:=
```
H02 = ((η2 + η0) / (2 * η2)) * Ht0
```
Out[•]= 0.468972 - 0.468963 i

In[•]:=
```
AbsArg[H02]
```
Out[•]= {0.663221, -0.785389}

In[•]:=
```
α = ω * Sqrt[(ϵ * μ) / 2] (Sqrt[1 + (σ / (ϵ * ω))^2] - 1)^(1/2)
```
Out[•]= 220718.

In[•]:=
```
d = -(1/α) Log[0.663220534683394 6` / 1.999981022058630 3`]
```
Out[•]= 5.00089×10^{-6}

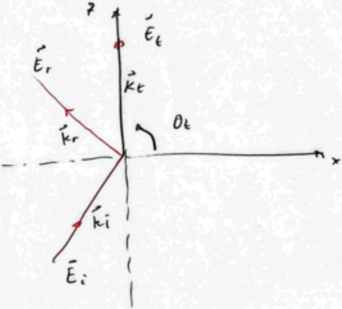
#2 $\vec{E}_t = -150.8\cos(10^9 t - \frac{\psi}{3} z)\,\hat{x}$

a) $\omega = \beta_2 u_2 = \beta_2 c \Rightarrow \beta_2 = \frac{\omega}{c} = \frac{10^9}{3\times 10^8}$

+5

$\beta_2 = \frac{\psi}{3} \Rightarrow \psi = 3\beta_2 = \cancel{3}\left(\frac{10^9}{\cancel{3}\times 10^8}\right) = 10$ rad/m

b.) La propagación del campo transmitido es en $\hat{z}$ de manera que:



$\theta_t = 90°$ +3

Con ello, mediante Snell:

$n_1 \sin\theta_i = n_2 \cancel{\sin\theta_t}\,1$

$\theta_i = \text{sen}^{-1}\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$

$n_1^2 = \epsilon_{r1} \Rightarrow n_1 = \sqrt{\epsilon_{r1}} = \sqrt{9} = 3$

$\theta_i = \text{sen}^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) = 19.47° = \theta_r$ +2

c.) $\lambda_1 = \frac{2\pi}{\beta_1}$; $\omega = \beta_1 u_1 = \beta_2 v_2 = \beta_2 c$; $\beta_2 = \frac{\psi}{3} = \frac{10}{3}\,m^{-1}$

+3 $\beta_1 = \beta_2 \frac{c}{u_1} = \beta_2 \frac{c}{\frac{1}{\sqrt{\epsilon_1 \mu_1}}} = \frac{c}{\frac{1}{\sqrt{9\epsilon_0\mu_0}}}$

$\lambda_1 = \frac{2\pi}{10} = 0.63$ m

$\beta_1 = 3\beta_2 \frac{\cancel{c}}{\cancel{c}} = 3\left(\frac{10}{3}\right) = 10$ rad/m

$$\lambda_2 = \frac{2\pi}{\beta_2} = \frac{2\pi}{(10/3)} = 1.88\ m \quad +2$$

d.) $\vec{H}_i = H_{io} \cos(\omega t - \vec{k}_i \cdot \hat{r})\ \hat{H}_i$

De $\vec{E}_t$ dado, observamos el tipo de polarización es paralela

$$\frac{E_{to}}{E_{io}} = \frac{2\eta_2 \cos\theta_i}{\eta_2 \cos\theta_t + \eta_1 \cos\theta_i}$$

$\eta_2 = 120\pi$

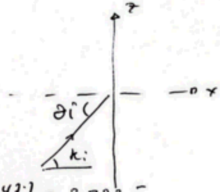
$\eta_1 = \sqrt{\mu_1/\epsilon_1} = \sqrt{\mu_0/9\epsilon_0} = \frac{1}{3}\eta_0 = \frac{1}{3}(120\pi) = 40\pi$

$$\frac{E_{to}}{E_{io}} = \frac{2(120\pi)\cos(19.47^\circ)}{120\pi\cos(90^\circ) + 40\pi\cos(19.47^\circ)} = 6$$

$$E_{io} = \frac{1}{6} E_{to} = \frac{1}{6}(-150.8) = -25.13\ V$$

$$|H_{io}| = \frac{|E_{io}|}{\eta_1} = \frac{25.13}{40\pi} = 0.2\ A/m \quad +5$$

Encontremos $\vec{k}_i$



$\vec{k}_i = k_{ix}\hat{x} + k_{iz}\hat{z}$

$k_{iz} = k_i \sin\theta_i = \beta_1 \sin\theta_i = 10\sin(19.47^\circ) = 3.333\hat{x}$

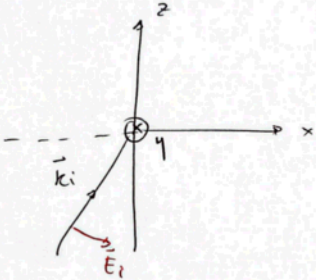
$k_{ix} = k_i \cos\theta_i = \beta_1 \cos\theta_i = 10\cos(19.47^\circ) = 9.428\hat{z}$

$$\hat{k}_i = \frac{\vec{k}_i}{\beta_1} = \frac{3.333\hat{x} + 9.428\hat{z}}{10} = 0.333\hat{x} + 0.942\hat{z}$$

$\vec{k}_i \cdot \vec{r} = 3.333x + 9.428z$ + 5

$\vec{H}_i = 0.2 \cos(10^9 t - 3.333x - 9.428z)\, \hat{H}_i$

Encontremos $\hat{H}_i$: Observemos la figura:



$\hat{H}_i$ debe ser $\hat{y}$ ~~para~~ para que se cumpla:

$$\hat{H}_i = \hat{k}_i \otimes \hat{E}_i = \hat{y}$$ +5

Finalmente:

$$\vec{H}_i = 0.2 \cos(10^9 t - 3.333x - 9.428z)\, \hat{y}$$

e.) El ángulo de Brewster es:

$$\theta_p = \tan^{-1}\left(\frac{n_2}{n_1}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{9}}\right) = \underline{18.43^\circ} = \theta_i$$

Si cambia el ángulo de incidencia también cambiarán ~~....~~ magnitudes de campos reflejados y transmitidos:

$$\frac{E_{to}}{E_{io}} = \frac{2\eta_2 \cos\theta_i}{\eta_2 \cos\theta_t + \eta_1 \cos\theta_i} \quad ; \quad \theta_t : \text{snell}$$

$$n_1 \operatorname{sen}\theta_i = n_2 \operatorname{sen}\theta_t$$

$$\operatorname{sen}\theta_t = \frac{n_1}{n_2}\operatorname{sen}\theta_i$$

$$\frac{E_{to}}{E_{io}} = 3$$

$$\theta_t = \operatorname{sen}^{-1}\left\{\frac{3}{1}\operatorname{sen} 18.43^\circ\right\}$$

$$\theta_t = \underline{71.5^\circ}$$

$$E_{to} = 3E_{io} = 3(25.13)$$

$$E_{to} = \underline{75.4\ V}$$

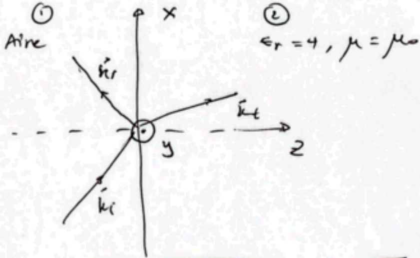
+5

#3

DADO:

$\overline{\mathcal{P}^{t}_{prom}} = 0.36 \ W/m^2$

$\bar{E}_{is} = \hat{y} E_{io} e^{-j(3x+4z)}$ V/m



a.) $\mathcal{P}^{t}_{prom} = \dfrac{E_{to}^2}{2\eta_2} \Rightarrow E_{to} = \sqrt{2\eta_2 \mathcal{P}^{t}_{prom}}$; $\eta_2 = \sqrt{\dfrac{\mu_o}{4\epsilon_o}} = \frac{1}{2}\eta_o = 60\pi$

$E_{to} = \sqrt{2(60\pi)(0.36)}$

$E_{to} = 11.65$ V/m +5

Tenemos en este caso polarización perpendicular.

$\tau_{\perp} = \dfrac{E_{to}}{E_{io}} = \dfrac{2\eta_2 \cos\theta_i}{\eta_2 \cos\theta_i + \eta_1 \cos\theta_t}$; $\eta_1 = 120\pi$, $\eta_2 = 60\pi$

Necesitamos ángulos θ_i, θ_t.

b.) $\bar{k}_i \cdot \bar{r} = 3x + 4z$ (dado)

$\bar{k}_i = 3\hat{x} + 4\hat{z}$; $\tan\theta_i = \dfrac{k_{ix}}{k_{iz}} \Rightarrow \theta_i = \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$

+2 $\theta_i = 36.87^\circ = \theta_r$

Snell: $n_1 \sin\theta_i = n_2 \sin\theta_t$

$\theta_t = \sin^{-1}\left\{\dfrac{n_1}{n_2}\sin\theta_i\right\} = \sin^{-1}\left\{\dfrac{1}{2}\operatorname{sen} 36.87\right\}$

$\theta_t = 17.46^\circ$ +3