

Característica tensão-frequência para o intervalo $0 \leq f \leq f_n$:

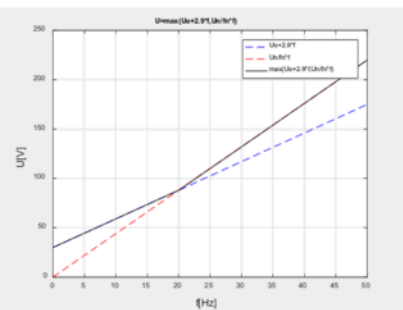
Desenhar a característica tensão-frequência para a equação (1) e (2), enunciado do problema, com uma variação da frequência (3). As características tensão-frequência são equações de recta com uma determinada ordenada na origem e inclinação. A característica tensão-frequência pretendida e de acordo com o enunciado do problema será obtida com a equação (4).

$$U = U_0 + 2,9 \times f \quad (1)$$

$$U = U_n / f_n \times f \quad (2)$$

$$0 \leq f \leq f_n \quad (3)$$

$$U = \max(U_0 + 2,9 \times f; U_n / f_n \times f) \quad (4)$$



Código em Matlab para obter a característica tensão-frequência representada na Figura. São utilizadas as equações (1), (2) e (3).

```
clc; clear all;
Uo=30; fn=50; Un=220; %Ligação em Triângulo
f=0:0.001:50;
Ua=Uo+2.9*f; %Ua=Uo+2.9*f
Ub=Un/fn*f; %Ub=Un/fn*f
U=max(Uo+2.9*f, Un/fn*f); %U=max(Uo+2.9*f, Un/fn*f)
plot(f, Ua, '--b', f, Ub, '--r', f, U, '-k'); grid on;
xlabel('\fontsize{14}f [Hz]'); ylabel('\fontsize{14}U [V]');
title('\fontsize{10}U=max(Uo+2.9*f, Un/fn*f)');
legend('Uo+2.9*f', 'Un/fn*f', 'max(Uo+2.9*f, Un/fn*f)');
axis([0 50 0 250]);
%print -dbitmap
```

Com (1) é possível calcular o valor da tensão U para os dois valores limite da frequência f , respectivamente com (5), (6).

$$U = U_0 + 2,9 \times f \xrightarrow[f=0\text{Hz}]{U_0=30\text{V}} U = U_0 \Leftrightarrow U = 30\text{V} \quad (5)$$

$$U = U_0 + 2,9 \times f \xrightarrow[f=50\text{Hz}]{U_0=30\text{V}} U = 30 + 2,9 \times 50 \Leftrightarrow U = 175\text{V} \quad (6)$$

Com (2) é possível calcular o valor da tensão U para os dois valores limite da frequência f , respectivamente com (7), (8). **De acordo com o enunciado do problema, as tensões nominais são 220/380V. Isto significa que a máquina ligada com o estator em triângulo, podem ser aplicadas tensões compostas de 220V.**

$$U = U_n / f_n \times f \xrightarrow[\substack{U_n=220V \\ f_n=50Hz \\ f=0Hz}]{f=0Hz} U = 220/50 \times 0 \Leftrightarrow U = 0V \quad (7)$$

$$U = U_n / f_n \times f \xrightarrow[\substack{U_n=220V \\ f_n=50Hz \\ f=50Hz}]{f=50Hz} U = 220/50 \times 50 \Leftrightarrow U = 220V \quad (8)$$

O ponto de intersecção das duas características (1) e (2) pode ser calculado com (9). Resulta de igualar ambas as equações.

$$\begin{aligned} U_0 + 2,9f &= \frac{U_n}{f_n} f \Leftrightarrow U_0 + 2,9f = \frac{U_n}{f_n} f \Leftrightarrow U_0 = \frac{U_n}{f_n} f - 2,9f \Leftrightarrow U_0 = \left(\frac{U_n}{f_n} - 2,9 \right) f \Leftrightarrow \\ f &= \frac{U_0}{\frac{U_n}{f_n} - 2,9} \xrightarrow[\substack{U_0=30V \\ U_n=220V \\ f_n=50Hz}]{f=20Hz} f = 20Hz \end{aligned} \quad (9)$$

Com a frequência obtida em (9) calcular o valor da tensão de forma equivalente (10), (11) com utilização de (1), (2).

$$U = U_0 + 2,9 \times f \xrightarrow[\substack{U_0=30V \\ f=20Hz}]{f=20Hz} U = 30 + 2,9 \times 20 \Leftrightarrow U = 88V \quad (10)$$

$$U = U_n / f_n \times f \xrightarrow[\substack{f=20Hz \\ U_n=220V \\ f_n=50Hz}]{f=20Hz} U = 220/50 \times 20 \Leftrightarrow U = 88V \quad (11)$$

b) A figura representa a evolução temporal da tensão composta u_{12} de saída do VEV e aplicada no estator da máquina assíncrona trifásica. O valor eficaz da primeira harmónica da tensão composta u_{12} de saída do VEV, com o índice de modelação de amplitude m_a e tensão U_{dc} no barramento DC, é dado por: $U_{12,1h} = \left[\sqrt{3} / (2\sqrt{2}) \right] m_a U_{dc}$. Calcule o valor da tensão aplicada pelo Variador Electrónico de Velocidade à máquina (**ligação em triângulo**) e o índice de modelação de amplitude m_a .

De acordo com a figura do enunciado do problema, pela análise temporal da tensão composta u_{12} aplicada ao estator da máquina, é **calculada a frequência** com (12). Foi escolhido um intervalo Δt correspondente a um período. Como exemplo foram considerados $t_f=1,98s$ e $t_i=1,94s$.

$$\Delta t = t_f - t_i \Leftrightarrow \Delta t = 1,98 - 1,94 = 0,04s \rightarrow f = \frac{1}{\Delta t} = \frac{1}{0,04} \Leftrightarrow f = 25Hz \quad (12)$$

De acordo com o enunciado do problema, a característica tensão-frequência é obtida por (13).

$$U = \max(U_0 + 2,9 \times f; U_n / f_n \times f) \quad (13)$$

A característica tensão-frequência em (13) permite obter duas parcelas, respectivamente (14) e (15).

$$U = U_0 + 2,9 \times f \quad (14)$$

$$U = U_n / f_n \times f \quad (15)$$

Com a frequência de 25Hz calculada em (12) são calculadas duas tensões, (16) e (17).

$$U = U_0 + 2,9 \times f \Leftrightarrow U = 30 + 2,9 \times 25 \Leftrightarrow U = 102,5V \quad (16)$$

$$U = U_n / f_n \times f \Leftrightarrow U = 220 / 50 \times 25 \Leftrightarrow U = 110V \quad (17)$$

De acordo com (13) será escolhido o valor mais elevado (18), ou seja o máximo dos dois valores de (16) e (17).

$$U = \max\{102,5; 110\} \Leftrightarrow U = 110V \quad (18)$$

Cálculo do **índice de modulação** m_a com (19) e utilização de (18). A tensão U_{dc} pode ser obtida por análise da figura com a evolução temporal u_{12} . A tensão composta de saída do ondulator de tensão trifásico em ponte, tem como valores máximo e mínimo, respectivamente $+U_{dc}$ e $-U_{dc}$ (Figura D).

$$U_{12,1h} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} m_a U_{dc} \Leftrightarrow m_a = \frac{2\sqrt{2} U_{12,1h}}{\sqrt{3} U_{dc}} \xrightarrow[U_{dc}=600V]{U_{12,1h}=U=110V} m_a = \frac{2\sqrt{2} \times 110}{\sqrt{3} \times 600} \Leftrightarrow m_a \approx 0,30 \quad (19)$$

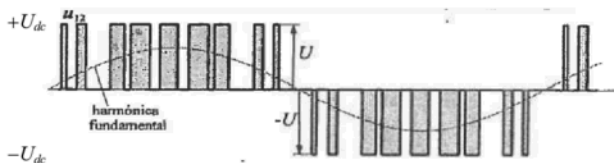


Figura D: Exemplo da evolução temporal da tensão composta u_{12} com indicação da tensão $\pm U_{dc}$.

Código em Matlab para validar (12), (14), (15), (18) e (19).

```
clc; clear all;
tfinal=1.98; tinicial=1.94;
delta_t=tfinal - tinicial;
f=1/delta_t;
U0=30; f=25; Un=220; fn=50;
Ua=U0+2.9*f; Ub=Un/fn*f;
U=max(U0+2.9*f, Un/fn*f);
Udc=600; %Tensão Udc no barramento DC
ma=2*sqrt(2)*U/(sqrt(3)*Udc); %Índice de modulação
clc;
fprintf('f=%gHz\n', f);
fprintf('Ua=%gV\n', Ua);
fprintf('Ub=%gV\n', Ub);
fprintf('ma=%g\n', ma);
f=25Hz
Ua=102.5V
Ub=110V
ma=0.299382
```

c) Acoplado à máquina assíncrona trifásica existe um redutor e uma carga conforme representado na Figura. Desprezar os binários resistentes do motor e redutor. Admita uma relação de transmissão para o redutor de 10 e um binário de atrito viscoso ($k_D=0,941\text{Nms}$) para a carga. Admita constante o escorregamento para todas as características electromecânicas V/f . Para uma velocidade $N=88\text{rpm}$ (saída do redutor) calcule justificadamente: frequência fundamental das tensões de saída do VEV, o valor de m_a , a velocidade de rotação, o binário desenvolvido e o rendimento. Admita novamente que o valor eficaz da primeira harmónica da tensão composta (ligação em triângulo dos enrolamentos do estator) é obtido com $U_{12,1a} = \left[\sqrt{3} / (2\sqrt{2}) \right] m_a U_{dc}$.

A Figura A.0 representa a característica electromecânica de acordo com o enunciado do problema. Corresponde à característica nominal com a ligação em estrela (220V/50Hz), com apresentação do ponto de funcionamento nominal para o binário nominal (T_n) e velocidade nominal (ω_n).

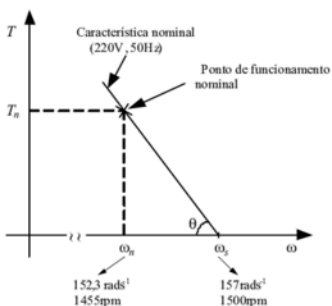


Figura A.0 – Característica electromecânica com a técnica V/f .

A Figura A1 representa o accionamento electromecânico em estudo. É constituído pelo motor (máquina assíncrona trifásica), redutor e carga.

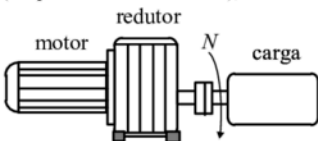


Figura A1 – Accionamento electromecânico em estudo.

Na Figura 1 T_1 representa o binário resistente na entrada do redutor visto pelo motor.

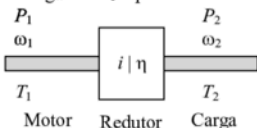


Figura 1: Sistema mecânico redutor.

Com base na Figura 1, a relação entre binários de entrada (T_1) e saída (T_2) do redutor é obtida com (20), admitindo a existência de perdas mecânicas com um rendimento η .

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \Leftrightarrow P_2 = \eta P_1 \Leftrightarrow \omega_2 T_2 = \eta \omega_1 T_1 \Leftrightarrow i = \frac{T_2}{T_1} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \rightarrow T_1 = \frac{T_2}{\eta i} \quad (20)$$

Da equação (20) e pela definição de relação de transmissão i , são obtidas duas relações, (21) e (22).

$$i = \frac{T_2}{\eta T_1} \Leftrightarrow T_1 = \frac{T_2}{\eta i} \quad (21)$$

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} \quad (22)$$

De acordo com o enunciado do problema, a velocidade de saída do redutor, ou seja na carga tem um valor de $N=N_2=88\text{rpm}$. Aplicando (22) permite calcular a velocidade na entrada do redutor N_1 , ou seja, no veio do motor com (23).

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} \Leftrightarrow \omega_1 = i \omega_2 \xrightarrow[\times \frac{2\pi}{60}]{} \omega_1 = i \frac{2\pi}{60} N_2 \quad (23)$$

Com (23) calcular a velocidade na entrada do redutor (24) com os dados do problema.

$$\omega_1 = i \frac{2\pi}{60} N_2 \xrightarrow[\substack{i=10 \\ N_2=88\text{rpm}}]{} \omega_1 = 10 \times \frac{2\pi}{60} \times 88 \Leftrightarrow \omega_1 = 92,15 \text{rads}^{-1} \quad (24)$$

Calcular o binário de atrito viscoso na carga T_2 (25), e na entrada do redutor T_1 com (21), com os dados do problema. É admitido um rendimento unitário (sem perdas mecânicas) para o redutor.

$$T_2 = k_D \omega_2 \Leftrightarrow \xrightarrow[\substack{\omega_2 = \frac{2\pi}{60} \times 88 \text{rads}^{-1} \\ k_D = 0,0941 \text{Nms}}]{} T_2 = 0,0941 \times 88 \Leftrightarrow T_2 = 8,67 \text{Nm} \quad (25)$$

$$T_1 = \frac{T_2}{\eta i} \xrightarrow[\substack{T_2=0,0941 \text{Nm} \\ \eta=1 \\ i=10}]{} T_1 = \frac{8,67}{1 \times 10} \Leftrightarrow T_1 = 0,86 \text{Nm} \quad (26)$$

O escorregamento s com a relação entre velocidades ω_s e ω é obtido com (27).

$$s = \frac{\omega_s - \omega}{\omega_s} \Leftrightarrow \omega_s - \omega = s \omega_s \Leftrightarrow \omega_s - s \omega_s = \omega \Leftrightarrow (1-s) \omega_s = \omega \Leftrightarrow \omega = \omega_s (1-s) \quad (27)$$

Calcular o escorregamento para as condições nominais com (28). De acordo com o enunciado do problema, $f_n=50\text{Hz}$ e $N_n=1460\text{rpm}$. A velocidade angular de sincronismo é calculada com (29), com o número de par de pólos $n_{pp}=2$.

$$s = \frac{\omega_s - \omega_n}{\omega_s} \xrightarrow[\substack{\omega_s = 2\pi \times 50 / 2 \\ \omega_n = 1460 \times 2\pi / 60}]{} s = \frac{\frac{2\pi \times 50}{2} - 1460 \times \frac{2\pi}{60}}{\frac{2\pi \times 50}{2}} \Leftrightarrow s = 0,0267 \quad (28)$$

$$\omega_{s,50\text{Hz}} = \frac{2\pi f_{50\text{Hz}}}{n_{pp}} \Leftrightarrow \omega_{s,50\text{Hz}} = \frac{2\pi \times 50}{2} \Leftrightarrow \omega_{s,50\text{Hz}} = 157,00 \text{rads}^{-1} \xrightarrow[\times \frac{60}{2\pi}]{} N_{s,50\text{Hz}} = 1500 \text{rpm} \quad (29)$$

O escorregamento s com a relação entre velocidades ω_s e ω é obtido com (30).

$$s = \frac{\omega_s - \omega}{\omega_s} \Leftrightarrow \omega_s - \omega = s\omega_s \Leftrightarrow \omega_s - s\omega_s = \omega \Leftrightarrow (1-s)\omega_s = \omega \Leftrightarrow \omega_s = \frac{\omega}{(1-s)} \quad (30)$$

Com a velocidade ω_1 na entrada do redutor (24) calcular a velocidade angular de sincronismo ω_{s1} (31).

$$\omega_s = \frac{\omega}{(1-s)} \xrightarrow[\omega_s = \omega_{s1}]{\omega_1 = \omega_{s1}} \omega_{s1} = \frac{\omega_1}{(1-s)} \Leftrightarrow \omega_{s1} = \frac{92,15}{(1-0,0267)} \Leftrightarrow \omega_{s1} = 94,67 \text{ rad/s} \quad (31)$$

Cálculo da frequência f_{s1} de sincronismo das tensões impostas pelo ondulator de tensão (32). A frequência $f=30\text{Hz}$ representa a frequência fundamental da primeira harmónica da tensão composta u_{12} (Figura A.2).

$$\omega_{s1} = \frac{2\pi f_{s1}}{n_{pp}} \Leftrightarrow 2\pi f_{s1} = \omega_{s1} n_{pp} \Leftrightarrow f_{s1} = \frac{\omega_{s1} n_{pp}}{2\pi} \Leftrightarrow f_{s1} = \frac{94,67 \times 2}{2 \times \pi} \Leftrightarrow f_{s1} \approx 30,00 \text{ Hz} \quad (32)$$

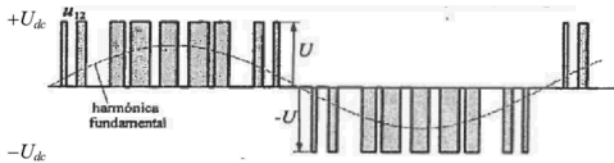


Figura A.2: Exemplo da evolução temporal da tensão composta u_{12} e respectiva primeira harmónica.

Com a frequência de 30Hz são calculadas duas tensões, respectivamente (33) e (34).

$$U = U_0 + 2,9 \times f \Leftrightarrow U = 30 + 2,9 \times 30 \Leftrightarrow U = 117,40 \text{ V} \quad (33)$$

$$U = U_n / f_n \times f \Leftrightarrow U = 220 / 50 \times 30 \Leftrightarrow U = 132,60 \text{ V} \quad (34)$$

Será escolhido o valor mais elevado (35), ou seja o valor máximo que foi calculado em (33) e (36).

$$U = \max\{117,40; 132,60\} \Leftrightarrow U = 132,60 \text{ V} \quad (35)$$

Determinação do índice de modulação com (36).

$$U_{12,1k} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} m_a U_{dc} \Leftrightarrow m_a = \frac{2\sqrt{2} U_{12,1k}}{\sqrt{3} U_{dc}} \xrightarrow[U_{dc}=600 \text{ V}]{U_{12,1k}=132,60 \text{ V}} m_a = \frac{2\sqrt{2} \times 132,60}{\sqrt{3} \times 600} \Leftrightarrow m_a \approx 0,37 \quad (36)$$

Código em Matlab exemplificativo dos cálculos da alínea b.

```
clc; clear all;
fs=50; npp=2; Nn=1460;
ws=2*pi*fs/npp; %Velocidade angular sincronismo [rad/s]
wn=Nn*2*pi/60; %Velocidade nominal [rad/s]
s=(ws-wn)/ws; %Calcular escorregamento
i=10; %Relacao de transmissão do Redutor
kD=0.941; %Atrito Viscoso
%i=w1/w2 %Relação de transmissão
N2=88; %Velocidade na saída do redutor [rpm]
```

```

w2=N2*2*pi/60; %Velocidade na saída do redutor [rad/s]
N1=i*N2; %Velocidade na entrada do redutor [rpm]
w1=N1*2*pi/60; %Velocidade na entrada do redutor [rad/s]
%i=w1/w2=T2/T1 %Relação de transmissão
T2=kD*w2; %Binário na saída do redutor
T1=T2/i; %Binário na entrada do redutor
%clc;
fprintf('kD=%gNms-1\n',kD);
fprintf('N2=%grpm\n',N2);
fprintf('N1=%grpm\n',N1);
fprintf('w2=%grads-1\n',w2);
fprintf('w1=%grads-1\n',w1);
fprintf('T2=%gNm\n',T2);
fprintf('T1=%gNm\n',T1);

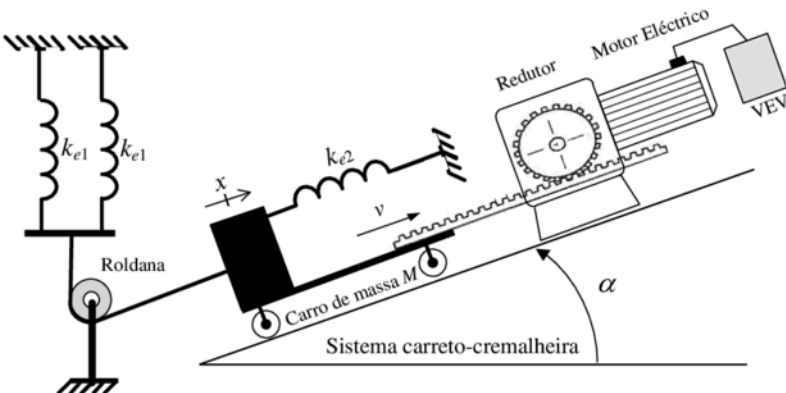
ws1=w1/(1-s); %Velocidade angular sincronismo [rad/s]
Ns1=N1/(1-s); %Velocidade angular sincronismo [rad/s]
fs1=Ns1*npp/60; %Frequência de sincronismo [Hz]
%clc;
fprintf('ws1=%grads-1\n',ws1);
fprintf('Ns1=%grpm\n',Ns1);
fprintf('fs1=%gHz\n',fs1);
U0=30; f=fs1; Un=220; fn=50;
Ua=U0+2.9*f; Ub=Un/fn*f;
U=max(U0+2.9*f,Un/fn*f);
Udc=600; %Tensão Udc no barramento DC
ma=2*sqrt(2)*U/(sqrt(3)*Udc);
%clc;
fprintf('f=fs1=%gHz\n',f);
fprintf('Ua=%gV\n',Ua);
fprintf('Ub=%gV\n',Ub);
fprintf('ma=%g\n',ma);

kD=0.941Nms-1
N2=88rpm
N1=880rpm
w2=9.21534rads-1
w1=92.1534rads-1
T2=8.67163Nm
T1=0.867163Nm
ws1=94.6781rads-1
Ns1=904.11rpm
fs1=30.137Hz
f=fs1=30.137Hz
Ua=117.397V
Ub=132.603V
ma=0.360899

```

Problema 1

Um motor eléctrico acoplado a um redutor acciona um sistema carreto-cremalheira. Acoplado na extremidade da cremalheira existe um carro de massa M . Ligado ao carro de massa M existem três molas com os coeficientes de elasticidade k_{e1} e k_{e2} . Desprezar a massa da cremalheira, da roldana e das três molas. O motor eléctrico tem momento de inércia J_m e coeficiente de atrito viscoso k_{Dm} . O redutor tem uma relação de transmissão i_R e um rendimento η_R . O sistema carreto-cremalheira tem uma relação de transmissão i_{CC} e um rendimento η_{CC} .



a) Para o sentido do movimento do sistema carreto-cremalheira indicado na figura, obtenha a equação da dinâmica do motor, T_m , referida à coordenada da posição linear x , ou seja, $T_m = f(x)$.

[cotação: 2 valores]

b) O motor eléctrico é alimentado a partir de um variador electrónico de velocidade (VEV). O conjunto formado pelo VEV e o motor eléctrico é controlado adequadamente, permitindo desenvolver um binário (T_m) proporcional a um sinal de comando u_c , e é caracterizado com uma aproximação de primeira ordem à FT: $T_m(s)/U_c(s) = K/(1+s\tau_e)$, em que K representa o ganho e τ_e a constante de tempo de atraso estatístico. Justificadamente, sem efectuar qualquer tipo de dimensionamento, apresente uma possível solução de um diagrama de blocos representativo de um sistema de accionamento para controlo da posição linear x .

[cotação: 2 valores]

c) Para o diagrama de blocos da alínea b), realizando as simplificações necessárias, dimensione os parâmetros de um **compensador PI**, utilizando o critério mínimo ITAE, relativamente à resposta óptima de entrada em escalão para **sistemas de segunda ordem**. Considere para a FT apresentada na alínea b), $T_m(s)/U_c(s) = K/(1+s\tau_e)$, $K=10$ e $\tau_e=1\text{ms}$. Considere que a FT obtida na alínea a), tem um ganho 50 e dois pólos reais de valor -10s^{-1} e -100s^{-1} .

[cotação: 2 valores]

QUADRO 5.2

FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA ATÉ À 4ª ORDEM
SATISFAZENDO O CRITÉRIO ITAE

FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA $Y(s)/U(s)$ DE SISTEMAS ÓPTIMOS SEGUNDO O CRITÉRIO ITAE	
para entrada <i>escalon</i>	para entrada <i>rampa</i>
$\frac{\omega_o^2}{s^2 + 1,41\omega_o s + \omega_o^2}$	$\frac{3,2\omega_o s + \omega_o^2}{s^2 + 3,2\omega_o s + \omega_o^2}$
$\frac{\omega_o^3}{s^3 + 1,75\omega_o s^2 + 2,15\omega_o^2 s + \omega_o^3}$	$\frac{3,25\omega_o^2 s + \omega_o^3}{s^3 + 1,75\omega_o s^2 + 3,25\omega_o^2 s + \omega_o^3}$
$\frac{\omega_o^4}{s^4 + 2,1\omega_o s^3 + 3,4\omega_o^2 s^2 + 2,7\omega_o^3 s + \omega_o^4}$	$\frac{5,14\omega_o^3 s + \omega_o^4}{s^4 + 2,41\omega_o s^3 + 4,93\omega_o^2 s^2 + 5,14\omega_o^3 s + \omega_o^4}$

a) Para o sentido do movimento do sistema carreto-cremalheira indicado na figura, obtenha a equação da dinâmica do motor, T_m , referida à coordenada da posição linear x , ou seja, $T_m=f(x)$.

Esquema de princípio de acordo com o enunciado do problema representado pela Figura A.1.

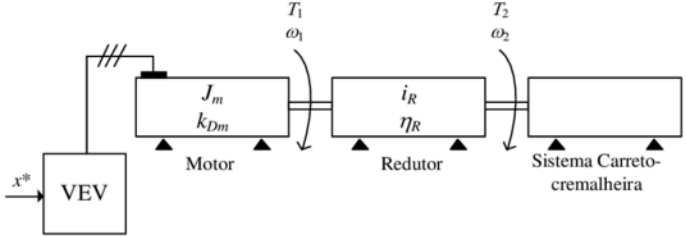


Figura A.1 – Esquema de blocos global do accionamento electromecânico.

Equação mecânica do sistema (Figura A.1) obtida por (1).

$$T_m = J_m \frac{d\omega_1}{dt} + k_{Dm} \omega_1 + T_1 \quad (1)$$

Em (1) T_1 representa o binário resistente na entrada do redutor visto pelo motor (Figura A).

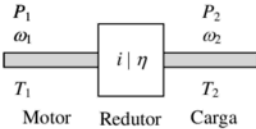


Figura A – Sistema mecânico do sistema redutor.

Com base na Figura A, a relação entre binários de entrada (T_1) e saída (T_2) do redutor é obtida com (2), admitindo a existência de perdas mecânicas com um rendimento η .

$$\eta_R = \frac{P_2}{P_1} \Leftrightarrow P_2 = \eta_R P_1 \Leftrightarrow \omega_2 T_2 = \eta_R \omega_1 T_1 \Leftrightarrow \frac{T_2}{\eta_R T_1} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \Leftrightarrow i_R = \frac{T_2}{\eta_R T_1} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \rightarrow T_1 = \frac{T_2}{\eta_R i_R} \quad (2)$$

Da equação (2) são obtidas as duas relações (3) e (4) para a relação de transmissão.

$$i_R = \frac{T_2}{\eta_R T_1} \Leftrightarrow T_2 = i_R \eta_R T_1 \Leftrightarrow T_1 = \frac{T_2}{\eta_R i_R} \quad (3)$$

$$i_R = \frac{\omega_1}{\omega_2} \quad (4)$$

Relação entre binário e força do sistema carreto-cremalheira (Figura B) (5). O sistema carreto-cremalheira permite a conversão de um movimento rotativo em linear.

$$\eta_{CC} = \frac{P_3}{P_2} \Leftrightarrow P_3 = \eta_{CC} P_2 \Leftrightarrow v F = \eta_{CC} \omega_2 T_2 \Leftrightarrow \frac{F}{\eta_{CC} T_2} = \frac{\omega_2}{v} \Leftrightarrow i_{CC} = \frac{F}{\eta_{CC} T_2} = \frac{\omega_2}{v} \quad (5)$$