

# BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

SESSION 2019

## MATHÉMATIQUES

### Sciences et Technologies du Management et de la Gestion

DURÉE DE L'ÉPREUVE : 3 heures - COEFFICIENT : 3

L'usage de tout modèle de calculatrice, avec ou sans mode examen, est autorisé.

***Le candidat doit traiter les 4 exercices.***

Ce sujet comporte 7 pages numérotées de 1 à 7.

*Dès que le sujet lui est remis, le candidat doit s'assurer qu'il est complet et que toutes les pages sont imprimées.*

Le candidat est invité à faire figurer toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

## Exercice 1 (5 points)

Une chaîne de salles de sport propose trois formules d'abonnement mensuel :

Formule A : accès aux cours collectifs ;

Formule B : accès libre à la salle de musculation ;

Formule C : accès libre à la salle de musculation et aux cours collectifs.

### Partie A :

On a observé que :

43 % des clients de cette chaîne sont des hommes ;

13 % des hommes et 62 % des femmes ont choisi la formule A ;

74 % des hommes et 20 % des femmes ont choisi la formule B ;

Les autres ont choisi la formule C.

On choisit au hasard la fiche d'un client.

On considère les événements suivants :

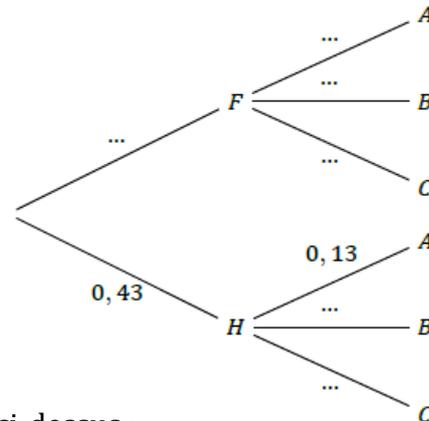
$F$  : « le client est une femme »

$H$  : « le client est un homme » ;

$A$  : « le client a choisi la formule A » ;

$B$  : « le client a choisi la formule B » ;

$C$  : « le client a choisi la formule C ».



1. Recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-dessus :

2. a. Définir par une phrase l'événement  $H \cap A$  .

b. Calculer la probabilité  $p(H \cap A)$  . En donner la valeur exacte.

3. Montrer que  $p(A) = 0,4093$ .

4. Le client a choisi la formule A. Calculer la probabilité que ce soit un homme.

*Le résultat sera arrondi à  $10^{-4}$ .*

### Partie B

La direction de la chaîne de salles de sport estime que sur l'ensemble des salles, la proportion de clients abonnés depuis plus de 12 mois consécutifs est  $p = 0,77$ .

1. Déterminer un intervalle de fluctuation, à au moins 95 %, de la fréquence des clients abonnés depuis plus de 12 mois.

2. Dans une des salles de sport de la chaîne, la responsable a observé que, parmi les 400 clients, 280 sont restés abonnés depuis plus de 12 mois parmi un échantillon de 400 clients.

a. Calculer la fréquence des clients abonnés depuis plus de 12 mois consécutifs dans Cette salle.

b. La responsable peut-elle penser que cette salle est moins attractive que les autres salles de la chaîne ? Justifier.

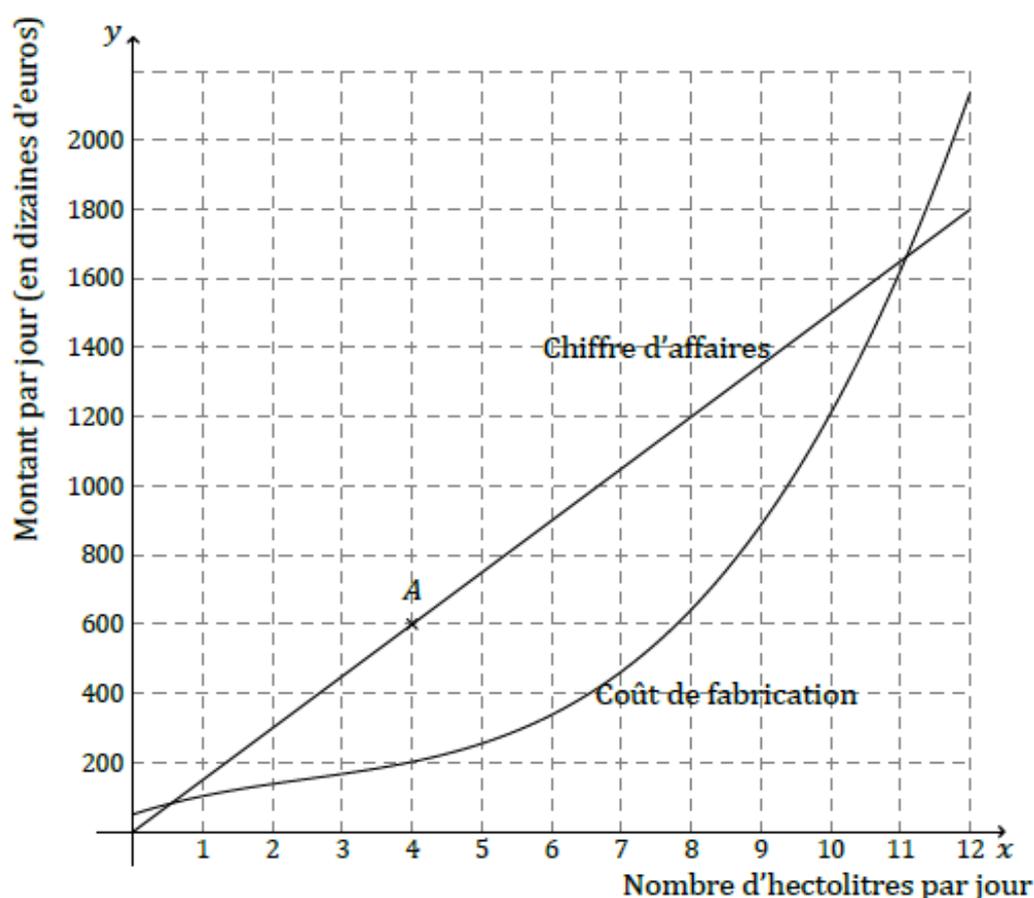
## Exercice 2 (6 points)

Une entreprise fabrique et vend un produit désinfectant liquide. Chaque jour, elle fabrique  $x$  hectolitres de désinfectant avec  $x$  compris entre 0 et 12. On considère que l'entreprise vend toute sa production.

Le coût de fabrication, en dizaine d'euros, de  $x$  hectolitres de ce produit est modélisé par la fonction  $C$  définie sur l'intervalle  $[0 ; 12]$ .

Le chiffre d'affaires pour la vente de  $x$  hectolitres de produit est  $R(x)$ , exprimé en dizaines d'euros.

Dans un repère orthogonal du plan, on a tracé les représentations graphiques des fonctions  $C$  et  $R$ .



1. On considère la production d'une journée. Par lecture graphique :

- Déterminer le chiffre d'affaires réalisé pour la vente de 4 hectolitres.
- Déterminer le coût de fabrication de 4 hectolitres.
- En déduire le bénéfice réalisé pour la vente de 4 hectolitres.
- Ce bénéfice est-il maximal pour la production et la vente de 4 hectolitres ?

Justifier.

2. Par lecture graphique, donner sous forme d'intervalle, le nombre d'hectolitres que doit produire l'entreprise pour réaliser des profits, c'est-à-dire un bénéfice strictement positif.
3. La représentation graphique de la fonction  $R$  est une droite qui passe par l'origine du repère et par le point  $A$  de coordonnées  $(4 ; 600)$ .  
Déterminer l'expression de  $R(x)$ .
4. On note  $B$  la fonction qui modélise le bénéfice de l'entreprise en fonction du nombre d'hectolitres de désinfectant vendus. Pour  $x$  appartenant à l'intervalle  $[0; 12]$ , on a :

$$B(x) = -2x^3 + 15x^2 + 84x - 50.$$

- a. On note  $B'$  la fonction dérivée de la fonction  $B$ . Calculer  $B'(x)$ .
- b. Résoudre l'équation  $-6x^2 + 30x + 84 = 0$ .
- c. Recopier et compléter le tableau de variations ci-dessous :

$x$	0	7	12
Signe de $B'(x)$	...	0	...
Variations de $B$			

- d. Pour quelle quantité de désinfectant produite et vendue le bénéfice est-il maximal ?  
Quel est alors le bénéfice ?

### Exercice 3 (5 points)

La fréquentation d'un parc animalier français depuis l'année 2010 est donnée dans la feuille de calcul ci-dessous, où le nombre de visiteurs est exprimé en milliers.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Année	2010	2011	2012	2013	2014	2015
2	Rang de l'année : $x_i$	0	1	2	3	4	5
3	Nombre de visiteurs (en milliers) : $y_i$	530	600	1002	910	912	1099
4	Taux d'évolution annuel (en %)		13,2				

La ligne 4 de cette feuille de calcul contient les taux d'évolution entre deux années consécutives, arrondis à 0,1. Par exemple, le taux d'évolution annuel du nombre de visiteurs entre 2010 et 2011 est de 13,2 %.

#### Partie A

1. Quelle formule peut-on écrire dans la cellule C4, qui par recopie vers la droite permet de compléter la ligne 4 ?
2. Vérifier que le taux d'évolution annuel moyen entre les années 2010 et 2015 est environ 15,7 %.

#### Partie B

Le nuage de points associé à la série statistique  $(x_i ; y_i)$  est représenté dans le graphique en **annexe 1 à rendre avec la copie**.

1. Déterminer une équation de la droite d'ajustement affine de ce nuage de points, obtenue par la méthode des moindres carrés. *On arrondira les coefficients à 0,01.*
2. On décide d'ajuster le nuage de points par la droite  $D$  d'équation  $y = 105x + 579$ .
  - a. Tracer la droite  $D$  sur le graphique donné en **annexe 1 à rendre avec la copie**.
  - b. Selon ce modèle, déterminer le nombre de visiteurs que l'on peut prévoir en 2019.

#### Partie C

On suppose dans cette partie que le nombre de visiteurs dans le parc animalier augmente chaque année de 15,7 % à partir de 2015. On note  $v_n$  le nombre de visiteurs, en milliers, en 2015 +  $n$ . Ainsi,  $v_0 = 1099$ .

1. Calculer le nombre de visiteurs en 2016.
2. Justifier que la suite  $(v_n)$  est une suite géométrique. Préciser la raison.
3. En déduire l'expression de  $v_n$  en fonction de  $n$ .
4. On utilise l'algorithme ci-contre :

À la fin de l'exécution de l'algorithme, on admet que  $N = 5$ .

Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

```
N ← 0
V ← 1099
Tant que V < 2000
  V ← V × 1,157
  N ← N + 1
Fin Tant que
```

#### Exercice 4 (4 points)

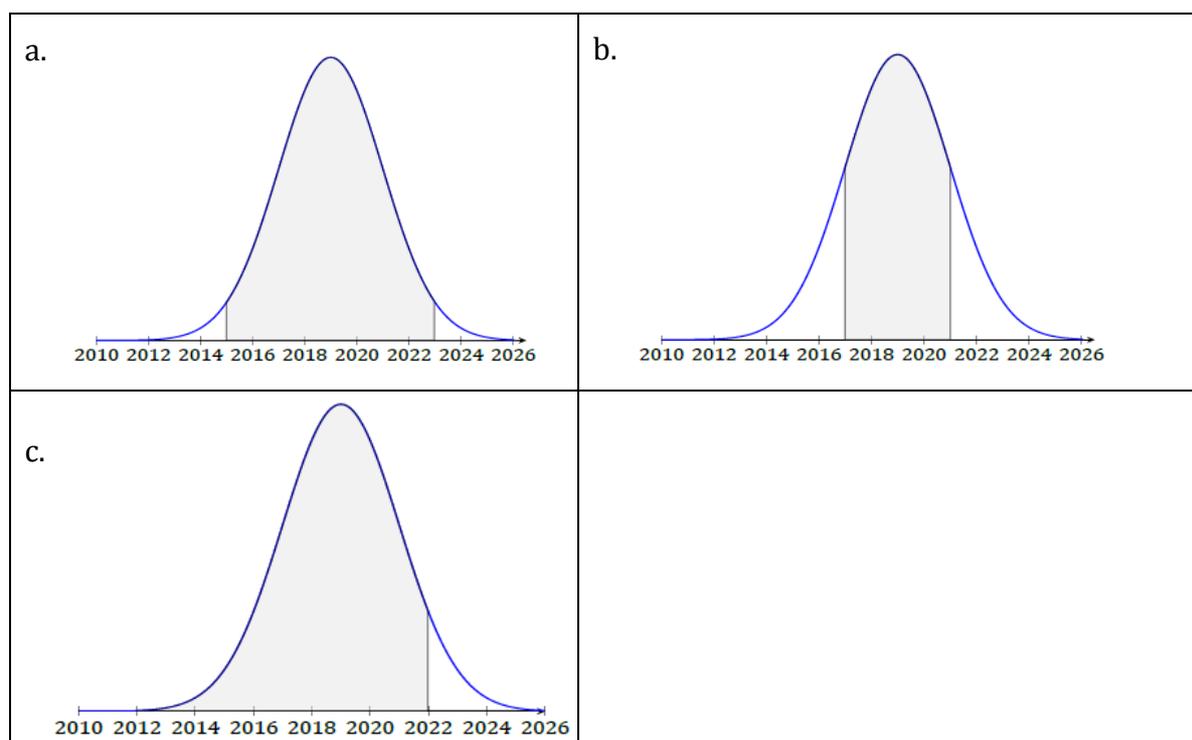
**Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).**

Pour chaque question, une seule des trois affirmations proposées est correcte.

Indiquer sur la copie le numéro de la question suivi de l'affirmation choisie.

Aucune justification n'est demandée. Chaque réponse correcte rapporte un point, une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte ni ne retire aucun point.

- Après une augmentation de 25 %, le prix d'un objet est 80 euros. Avant cette augmentation, l'objet valait :
  - 60 euros
  - 64 euros
  - 100 euros
- À l'ouverture d'une nouvelle salle de cinéma, on a relevé 1360 entrées la première semaine, nombre pris comme indice de base 100. Trois semaines plus tard, la fréquentation est passée à 1632 entrées. L'indice correspondant est :
  - 20
  - 102
  - 120
- On considère  $X$  une variable aléatoire qui suit la loi normale de moyenne 2019 et d'écart-type 2. La probabilité  $p(X \geq 2021)$ , arrondie à 0,01, est égale à :
  - 0,16
  - 0,34
  - 0,84
- On considère  $X$  une variable aléatoire qui suit la loi normale de moyenne 2019 et d'écart-type 2.  
On donne ci-dessous la courbe de densité de la variable aléatoire  $X$ .  
Parmi les trois figures ci-dessous, celle pour laquelle la probabilité représentée est égale à 0,95 est :



ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE

ANNEXE 1 - EXERCICE 3

