



Enoncé n°8

Résoudre l'équation suivante avec les contraintes ci-dessous :

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = n \\ n \text{ nombre entier premier} \\ x \text{ et } y \text{ entiers} \end{cases}$$

Corrigé n°8

Par factorisation, on a : $n = (x + y)(x - y)$.

La contrainte sur n (nombre entier premier) permet d'affirmer que l'un des deux facteurs issus de la factorisation est égal à 1.

Les deux possibilités sont donc les suivantes :

$$\begin{cases} 1 - 2y = n \\ 1 + 2y = n \end{cases}$$

Or, un nombre premier n'est pas pair (sauf pour 2), les solutions de l'équation sont donc :

$$\left\{ \left(\frac{1+n}{2}, \frac{1-n}{2} \right); \left(\frac{1+n}{2}, \frac{n-1}{2} \right) \right\}$$