Substituindo (13) e (14) em (12) obtém-se (15).

$$T' = \frac{\omega_s' - \omega'}{\omega_s - \omega_n} T_n \Leftrightarrow T' = \frac{125,6 - 123,7}{157 - 152,3} \times 164,1 \Leftrightarrow T' = 65,6\text{Nm} \tag{15}$$

Cálculo da potência *P '* (16).

$$P' = T'\,\omega' \Leftrightarrow P' = 65,6 \times 123,7 \Leftrightarrow P' = 8,1\text{kW} \tag{16}$$

A Figura B.1 representa graficamente a solução determinada anteriormente.

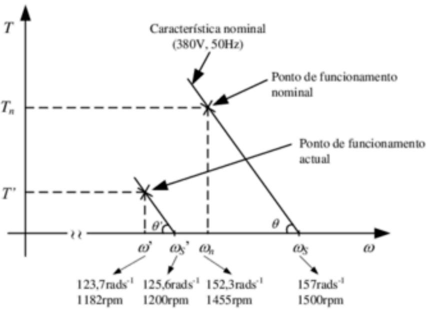


Figura B1

Bibliografia:
Palma, J. (1999), "*Accionamentos Electromecânicos de Velocidade Variável*", Fundação Calouste Gulbenkian, 1999, ISBN 972-31-0839-9.

Problema 9

Um variador electrónico de velocidade, que utiliza a técnica *V/f*, alimenta uma máquina assíncrona trifásica que acciona um ventilador. A máquina assíncrona possui as seguintes características nominais: 400V; 50Hz; 2,2kW;1460rpm; cos(φ)=0,85 e possui uma característica electromecânica linear para valores de binário inferiores ao do nominal.

a) Com o variador electrónico de velocidade a impor à máquina os seus valores nominais de tensão e frequência, esta desenvolve um binário motor de ½ do binário nominal. Determine o coeficiente de atrito de turbulência.

b) Com o variador a impor uma frequência de 25Hz, determine o binário desenvolvido pela máquina e a sua velocidade de rotação.

c) Determine o valor aproximado do rendimento da máquina quando o variador impõe uma velocidade de rotação de 1200rpm.

P9 Resolução:

a) Com o variador a impor à máquina os seus valores nominais de tensão e frequência, esta desenvolve um binário motor de ½ do binário nominal. Determine o coeficiente de atrito de turbulência.

Equação mecânica da máquina obtida com (1).

$$T = J\frac{d\omega}{dt} + T_r \xrightarrow[T_r = k_D\omega + k_A\omega^2]{} T = J\frac{d\omega}{dt} + k_D\omega + k_A\omega^2 \tag{1}$$

Em regime permanente a componente da inércia $J\frac{d\omega}{dt} = 0$, existindo apenas a componente do binário associado ao atrito viscoso ($k_D\omega$) e atrito de turbulência ($K_A\omega^2$).

Admitir que o atrito viscoso pode ser desprezado uma vez que num ventilador $k_D\omega << k_A\omega^2$

Desta forma, simplificando (1), e em regime permanente, obtém-se (2).

$$T = J\frac{d\omega}{dt} + k_D\omega + k_A\omega^2 \xrightarrow[\substack{J\frac{d\omega}{dt}=0 \\ k_D\omega << k_A\omega^2}]{} T \approx K_A\omega^2 \Leftrightarrow K_A = \frac{T}{\omega^2} \tag{2}$$

Cálculo de *T*

De acordo com o enunciado do problema é obtido (3).

$$T = \frac{1}{2}T_n \tag{3}$$

Cálculo do binário nominal a partir das características nominais da máquina (4).

$$P_n = T_n\omega_n \Leftrightarrow T_n = \frac{P_n}{\omega_n} \Leftrightarrow T_n = \frac{P_n}{N_n \frac{2\pi}{60}} \Leftrightarrow T_n = \frac{2{,}2\times 10^3}{1460\times\frac{2\pi}{60}} \Leftrightarrow T_n = 14{,}3\text{Nm} \tag{4}$$

Substituindo (4) em (3) obtém-se (5).

$$T = \frac{1}{2}T_n \Leftrightarrow T = \frac{1}{2}\times 14{,}3 \Leftrightarrow T = 7{,}2\text{Nm} \tag{5}$$

Cálculo de ω

Considerando a característica linear para valores de binário inferiores ao do nominal, é obtida a representação gráfica do ponto de funcionamento com o binário resistente $k_A\omega^2$ (Figura A).

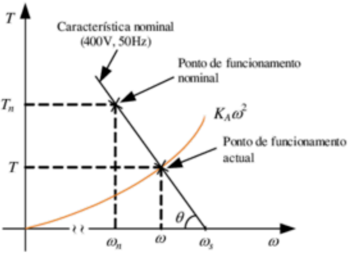


Figura A

A Figura A permite obter (6).

$$tg(\theta) = \frac{T_n}{\omega_s - \omega_n} = \frac{T}{\omega_s - \omega} \tag{6}$$

Substituindo (3) em (6) para obter (7).

$$\frac{T_n}{\omega_s - \omega_n} = \frac{\frac{1}{2}T_n}{\omega_s - \omega} \Leftrightarrow \omega_s - \omega = \frac{1}{2}(\omega_s - \omega_n) \Leftrightarrow \omega = \omega_s - \frac{1}{2}(\omega_s - \omega_n) \tag{7}$$

Cálculo da velocidade angular de sincronismo de acordo com as características da máquina (8).

$$\omega_s = \frac{2\pi f_s}{n_{pp}} \Leftrightarrow \omega_s = \frac{2\pi\times 50}{2} \Leftrightarrow \omega_s = 157\text{rads}^{-1} \xrightarrow[\times\frac{60}{2\pi}]{} N_s = 1500\text{rpm} \tag{8}$$

Cálculo da velocidade nominal de acordo com as características da máquina (9).

$$\omega_n = N_n \frac{2\pi}{60} \Leftrightarrow \omega_n = 1460 \times \frac{2\pi}{60} \Leftrightarrow \omega_n = 152{,}9\,\mathrm{rads}^{-1} \tag{9}$$

Cálculo da velocidade do ponto de funcionamento actual utilizando (7) para obter (10).

$$\omega = \omega_s - \frac{1}{2}\left(\omega_s - \omega_n\right) \Leftrightarrow \omega = 157 - \frac{1}{2} \times \left(157 - 152{,}9\right) \Leftrightarrow \omega = 155\,\mathrm{rads}^{-1} \xrightarrow[\times\frac{60}{2\pi}]{} N = 1480\,\mathrm{rpm} \tag{10}$$

Substituindo (5) e (10) em (2) obtém-se (11).

$$K_A = \frac{T}{\omega^2} \Leftrightarrow K_A = \frac{7{,}2}{155^2} \Leftrightarrow K_A = 3 \times 10^{-4}\,\mathrm{Nms}^2 \tag{11}$$

A Figura A.1 representa graficamente a solução determinada anteriormente.

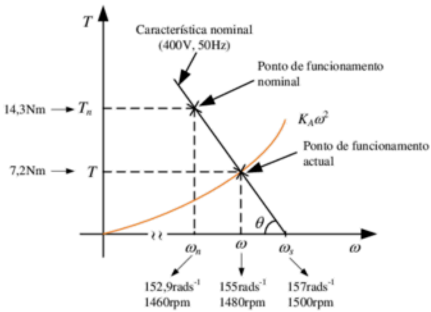


Figura A1

b) Com o variador a impor uma frequência de 25Hz, determine o binário desenvolvido pela máquina e a sua velocidade de rotação.

Uma vez que a máquina está alimentada com uma frequência de 25Hz, o ponto de funcionamento não está posicionado na característica nominal. Considerando que se utiliza a técnica *V/f*, assumem-se as características aproximadamente paralelas.

Representação gráfica do novo ponto de funcionamento:

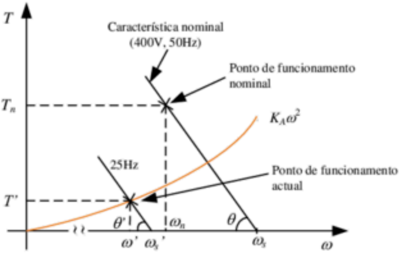


Figura B

Cálculo da velocidade angular de sincronismo para a frequência imposta pelo variador de velocidade (f'=25Hz) (12).

$$\omega_s' = \frac{2\pi f'}{n_{pp}} \Leftrightarrow \omega_s' = \frac{2\pi\times 25}{2} \Leftrightarrow \omega_s' = 78{,}54\,\text{rad s}^{-1} \xrightarrow[\times\frac{60}{2\pi}]{} N_s' = 750\,\text{rpm} \tag{12}$$

A partir da Figura B e uma vez que as características são aproximadamente paralelas por utilização de V/f=C[te], verifica-se (13).

$$\begin{aligned}
&tg(\theta) = tg(\theta') \Leftrightarrow \frac{T_n}{\omega_s - \omega_n} = \frac{T'}{\omega_s' - \omega'} \xrightarrow{T' = K_A\omega'^2} \frac{T_n}{(\omega_s - \omega_n)} = \frac{K_A\omega'^2}{(\omega_s' - \omega')} \Leftrightarrow \\
&T_n(\omega_s' - \omega') = K_A\omega'^2(\omega_s - \omega_n) \Leftrightarrow T_n\omega_s' - T_n\omega' = K_A\omega'^2\omega_s - K_A\omega'^2\omega_n \Leftrightarrow \\
&K_A(\omega_s - \omega_n)\omega'^2 = T_n\omega_s' - T_n\omega' \Leftrightarrow \\
&K_A(\omega_s - \omega_n)\omega'^2 + T_n\omega' - T_n\omega_s' = 0 \Leftrightarrow \\
&3\times 10^{-4}\times(157 - 152{,}9)\omega'^2 + 14{,}3\omega' - 14{,}3\times 78{,}54 = 0 \Leftrightarrow \\
&0{,}00123\omega'^2 + 14{,}3\omega' - 1123{,}12 = 0
\end{aligned} \tag{13}$$

Aplicando a fórmula resolvente em (13): $ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Obtêm-se duas soluções, em que apenas a primeira é válida (14).

$$\begin{cases} \omega' = 78\,\text{rads}^{-1} \xrightarrow[\times\frac{60}{2\pi}]{} N' = 744{,}8\,\text{rpm} \\ \cancel{\omega' = -11704\,\text{rads}^{-1}} \end{cases} \tag{14}$$

Substituindo (14) em (2) obtém-se (15).

$$T' = K_A \omega'^2 \Leftrightarrow T' = 3\times10^{-4}\times78^2 \Leftrightarrow T' = 1{,}8\text{Nm} \tag{15}$$

A Figura B.1 representa graficamente a solução determinada anteriormente.

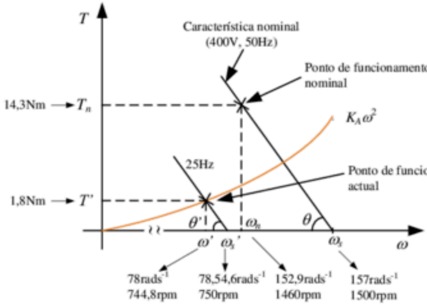


Figura B1

c) Determine o valor aproximado do rendimento da máquina quando o variador impõe uma velocidade de rotação de 1200rpm.

O rendimento aproximado pode ser calculado por [Palma 1999; 7.2.1, (7.3), pp. 296] (16).

$$\eta = \frac{P_u}{P_a} \Leftrightarrow \eta \approx 1 - s \tag{16}$$

Em (16) s é o escorregamento calculado por (17).

$$s = \frac{\omega'_s - \omega'}{\omega'_s} \tag{17}$$

Em (17) ω'_s é a nova velocidade de sincronismo que é necessário calcular e $N' = 1200\text{rpm}$ a velocidade de rotação do novo ponto de funcionamento.

Cálculo de ω' obtido com (18).

$$\omega' = N'\frac{2\pi}{60} \Leftrightarrow \omega' = 1200 \times \frac{2\pi}{60} \Leftrightarrow \omega' = 125{,}6\,\text{rad}\,\text{s}^{-1} \tag{18}$$

A Figura C representa graficamente o novo ponto de funcionamento.

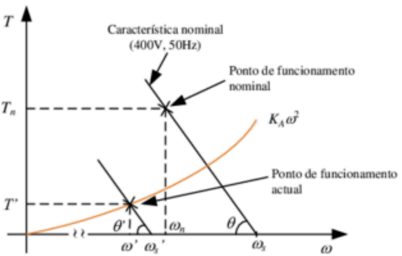


Figura C

Cálculo de ω'_s (19).

$$\begin{aligned}
&\frac{T_n}{\omega_s-\omega_n}=\frac{T'}{\omega_s^{'}-\omega'}\Leftrightarrow\frac{T_n}{\omega_s-\omega_n}=\frac{K_A\omega^{'2}}{\omega_s^{'}-\omega'}\Leftrightarrow T_n\left(\omega_s^{'}-\omega'\right)=K_A\omega^{'2}\left(\omega_s-\omega_n\right)\Leftrightarrow\\
&\omega_s^{'}=\frac{T_n\omega'+K_A\omega^{'2}\omega_s-K_A\omega^{'2}\omega_n}{T_n}\Leftrightarrow\omega_s^{'}=\omega'+\frac{K_A\omega^{'2}\left(\omega_s-\omega_n\right)}{T_n}\Leftrightarrow\\
&\omega_s^{'}=125{,}6+\frac{3\times10^{-4}\times125{,}6^2\times\left(157-152{,}9\right)}{14{,}3}\Leftrightarrow\\
&\omega_s^{'}=127{,}05\text{rads}^{-1}\xrightarrow[\times\frac{60}{2\pi}]{}N_s^{'}=1213\text{rpm}
\end{aligned}\tag{19}$$

Cálculo da frequência imposta pelo variador (20).

$$\omega_s'=\frac{2\pi f_s'}{n_{pp}}\Leftrightarrow f_s'=\frac{\omega_s'n_{pp}}{2\pi}\Leftrightarrow f_s'=\frac{127{,}05\times2}{2\pi}\Leftrightarrow f_s'=40{,}45\text{Hz}\tag{20}$$

Substituindo (19) em (17) obtém-se (21).

$$s=\frac{\omega'_s-\omega'}{\omega'_s}\Leftrightarrow s=\frac{127{,}05-125{,}6}{127{,}05}\Leftrightarrow s=0{,}011\Leftrightarrow s=1{,}1\%\tag{21}$$

Substituindo (21) em (16) obtém-se (22).

$$\eta\approx1-s\Leftrightarrow\eta\approx1-0{,}011\Leftrightarrow\eta\approx0{,}98\Leftrightarrow\eta\approx98\%\tag{22}$$

A Figura C.1 representa graficamente a solução determinada anteriormente.

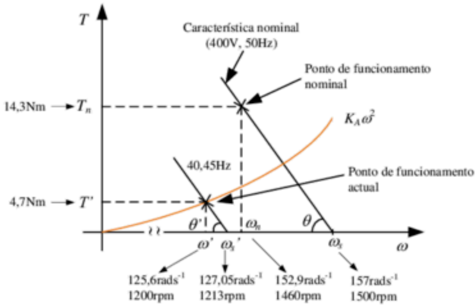


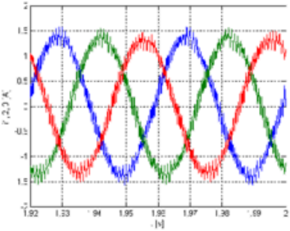
Figura C1

Bibliografia:

Palma, J. (1999), "*Accionamentos Electromecânicos de Velocidade Variável*", Fundação Calouste Gulbenkian, 1999, ISBN 972-31-0839-9.

Problema 10A

II. Um variador electrónico de velocidade com comando V/f alimenta uma máquina assíncrona trifásica que acciona uma carga. A máquina assíncrona trifásica tem as seguintes características nominais: 380V, 50Hz, 2,2kW, 1460rpm.



a) Justificadamente, apresente o esquema de blocos com uma possível solução para implementar a técnica de comando V/f.

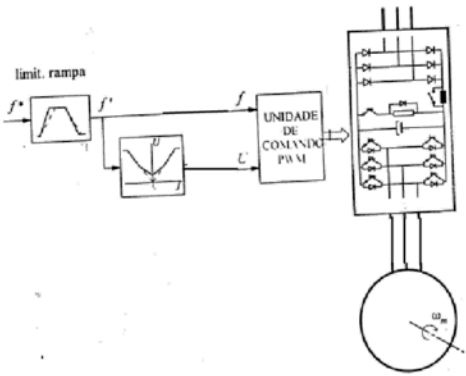
b) Considere as correntes no estator da máquina representadas na figura. Calcule o valor da tensão nominal aplicada pelo variador electrónico de velocidade à máquina bem como o índice de modelação de amplitude m_a. O valor eficaz da primeira harmónica da tensão composta aplicada à máquina, com um índice de modelação de amplitude m_a, e tensão no barramento U_{dc}=540V, é dado por $U_{12ef} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} m_a U_{dc}$.

c) Com o variador a impor à máquina os seus valores nominais de tensão e frequência, esta desenvolve um binário motor de metade do binário nominal. Determine o valor do coeficiente de atrito viscoso.

Resolução:

a) Justificadamente, apresente o esquema de blocos com uma possível solução para implementar a técnica de comando V/f.

A solução deverá conter os seguintes blocos ou subsistemas representados na figura seguinte, adaptada de [Palma,1999; Fig. 7.24, pp 328].



Descrição da lista de blocos ou subsistemas:

- Máquina Assíncrona trifásica;
- Circuito de potência constituído por três braços, circuito de guiamento/drivers e barramento de corrente contínua;
- Circuito de comando que permita o cálculo da amplitude da modulante (A_{mod}) em função da frequência da modulante (f_{mod}). Neste cálculo é necessário o valor da tensão no barramento de corrente contínua. A amplitude A_{mod} permite definir a amplitude de três sinais que serão comparados em cada instante com um sinal auxiliar chamado onda portadora. Esta onda portadora, será habitualmente uma onda triangular, definida por uma amplitude e uma frequência. A frequência da portadora é um aspecto importante porque impõe a frequência de comutação dos dispositivos semicondutores do circuito de potência. Este circuito de potência funciona como um ondulador de tensão, ou seja, um conversor com modo de funcionamento DC-AC. A amplitude da onda portadora deverá ser sempre superior à amplitude da modulante para evitar sobremodulações.

b) Considere as correntes no estator da máquina representadas na figura. Calcule o valor da tensão nominal aplicada pelo variador electrónico de velocidade à máquina bem como o índice de modelação de amplitude m_a. O valor eficaz da primeira harmónica da tensão composta aplicada à máquina, com um índice de modelação de amplitude m_a, e tensão no barramento U_{dc}=540V, é dado por $U_{12ef} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} m_a U_{dc}$.

Pela análise das correntes no estator da máquina, representadas na figura do enunciado, obtém-se a frequência das tensões aplicadas ao estator da máquina assíncrona trifásica (1).

$$\Delta t = 1{,}98 - 1{,}94 = 0{,}04\text{s} \rightarrow f = \frac{1}{\Delta t} \Leftrightarrow f = \frac{1}{0{,}04} \Leftrightarrow f = 25\text{Hz} \tag{1}$$

Determinação da tensão de alimentação (2).

$$\frac{V_n}{f_n} = \frac{V}{f} \Leftrightarrow V = f\,\frac{V_n}{f_n} \Leftrightarrow V = 25 \times \frac{380}{50} \Leftrightarrow V = 190\text{V} \tag{2}$$

Determinação do índice de modulação (3).

$$U_{12ef} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} m_a U_{dc} \Leftrightarrow m_a = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \frac{U_{12ef}}{U_{dc}} \Leftrightarrow m_a = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times \frac{190}{540} \Leftrightarrow m_a = 0{,}57 \tag{3}$$

c) Com o variador a impor à máquina os seus valores nominais de tensão e frequência, esta desenvolve um binário motor de metade do binário nominal. Determine o valor do coeficiente de atrito viscoso.

Características nominais: U_n=380V; f_n=50Hz; P_n=2,2kW; N_n=1460rpm.

Binário motor desenvolvido obtido com (4).

$$T = J\,\frac{d\omega}{dt} + k_D \omega \tag{4}$$

No arranque do motor predomina a componente de inércia (5).

$$T = J\,\frac{d\omega}{dt} + k_D \omega \xrightarrow[k_D\omega \approx 0]{} T \approx J\,\frac{d\omega}{dt} \tag{5}$$