I - Exercices :

Ex I. Glissement d'un pavé sur le sol :

A faire absolument

Un bloc de 2,0 kg repose sur une surface horizontale. Les coefficients de frottement statique et cinétique sont de 0,8 et 0,5 entre la surface et le bloc.

(a) Quelle doit être la force minimale appliquée à 30° (par rapport à l'horizontal) pour mettre en mouvement le bloc ?

(b) Une fois le bloc en mouvement, quelle force doit être appliquée pour permettre au bloc de se déplacer à vitesse constante (la force est toujours orientée à 30°) ?

Ex II. Démarrage d'une Ferrari :

A faire.

Environ 50% du poids de la Ferrari 456 repose sur ses roues motrices arrières. Cette voiture peut atteindre 100 km/h en 4,9 s. Dans ces conditions, quelle doit être la valeur minimale du coefficient de frottement entre les pneus et la chaussée ? (masse de la Ferrari = 1700 kg)

Ex III. Dans un virage :

Un mobile de masse m = 500 kg amorce une trajectoire circulaire de rayon R = 25 m à la vitesse constante V = 80 km/h.

1. Calculer la réaction du sol.
2. Le mobile aura-t-il tendance à déraper vers l'intérieur ou l'extérieur de la trajectoire circulaire ? Justifier à l'aide d'un dessin.

Ex IV . La grue :

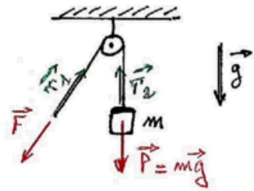
Une grue soulève verticalement un bloc de béton de 500 kg par le biais de câble. La force de traction du câble est supposée constante durant tout le mouvement du bloc. Le bloc passe alors du point A où sa vitesse est nulle, à un point B, où sa vitesse est égale à 5 m/s, situé à 10 m au-dessus du point A.

Calculer la force de traction exercée par le câble sur le bloc.

========================

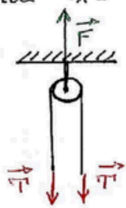
- Chap III. Corrigé des exercices -

Ex 1 = La poulie =



a. Force déployée par l'ouvrier =

- Au niveau de la charge m.
  Vitesse constante $\Rightarrow \vec{a} = \vec{0}$
  $\Rightarrow \sum \vec{F} = \vec{P} + \vec{T_2} = \vec{0} \Rightarrow T_2 = P = mg$
- Au niveau de l'ouvrier :
  $\sum \vec{F} = \vec{F} + \vec{T_1} = \vec{0} \Rightarrow F = T_1$, car la vitesse est constante.
- Comme il n'y a qu'une tension de la corde $T_1 = T_2 = T$
  on a : $\underline{F = T = mg}$



b. Force exercée sur le plafond.

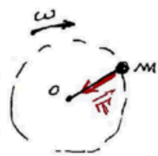
La poulie est immobile donc $\sum \vec{F} = \vec{0}$

$\Rightarrow \vec{F} + \vec{T} + \vec{T} = \vec{0} \iff F = 2T$

Donc le plafond subit une force de $2T$

$\Rightarrow \underline{F_p = 2mg}$

Ex 2 = La fronde =



Si l'on est à vitesse constante il n'y a pas d'accélération tangente à la trajectoire, il n'y a qu'une accélération normale : $a = \frac{v^2}{R}$

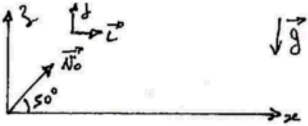
soit : $a = l\omega^2$ = accélération centripète

Comme $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ on a $\vec{T} = m\vec{a} \Rightarrow \underline{T = ml\omega^2}$

Soit : $T = 0{,}05 \times 1{,}2 \times \left(\frac{100 \times 2\pi}{60}\right)^2 = \underline{6{,}58\,N}$

ω = rad/s

Ex 3 = Trajectoire d'un obus =



* **Bilan des forces** = Il n'y a que le poids $\vec{P} = m\vec{g}$ soit $\vec{P} = -mg\vec{j}$

* **Accélération** : $\Sigma \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow m\vec{a} = -mg\vec{j} \Rightarrow \vec{a} = -\frac{mg}{m}\vec{j}$

$\vec{a} = -g\vec{j} \Rightarrow \vec{a} \begin{vmatrix} 0 \\ -g \end{vmatrix}$

* **Vitesse** : On intègre par / temps = $\vec{v} \begin{vmatrix} cte = v_{0x} \\ -gt + cte = -gt + v_{0z} \end{vmatrix}$

avec : $\vec{v_0} \begin{vmatrix} v_0 \cos 50° \\ v_0 \sin 50° \end{vmatrix} \Rightarrow \vec{v}(t) \begin{vmatrix} v_0 \cos 50° \\ v_0 \sin 50° - gt \end{vmatrix}$

* **Position** : on intègre encore : $\vec{OG} = \begin{vmatrix} v_0 \cos 50° \cdot t + cte \\ v_0 \sin 50° \, t - \frac{1}{2} g t^2 + cte \end{vmatrix}$

$\Rightarrow \vec{OG} \begin{vmatrix} v_0 t \cdot \cos 50° \\ v_0 t \sin 50° - \frac{1}{2} g t^2 \end{vmatrix}$

* **Contact avec le sol** = $z = 0 \Rightarrow v_0 t \sin 50° - \frac{1}{2} g t^2 = 0$

$\Leftrightarrow t(v_0 \sin 50° - \frac{g}{2} t) = 0$ soit $\begin{vmatrix} t = 0 \text{, c'est au départ} \\ v_0 \sin 50° - \frac{g}{2} t = 0 \end{vmatrix}$

$\Rightarrow \frac{g}{2} t = v_0 \sin 50° \Leftrightarrow t = \frac{2 v_0 \sin 50°}{g}$

soit : $x = v_0 t \cos 50° = \frac{2 v_0^2 \sin 50° \cos 50°}{g} = \frac{v_0^2 \sin 100°}{g}$

$\Rightarrow x = \frac{333^2}{9,81} \sin(100°) = 1071295 \text{ m} = \underline{1070 \text{ km}}$

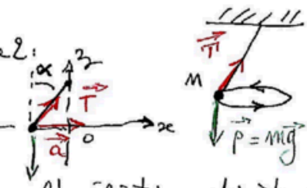
Le résultat n'est pas crédible car on a négligé la résistance de l'air.

Ex 4 = Le pendule conique =

a- Mise en mouvement :

* **Bilan des forces** = Il n'y en a que 2 :

• **Poids** : $\vec{P} \begin{vmatrix} 0 \\ -mg \end{vmatrix}$ $\vec{T} \begin{vmatrix} T \sin \alpha \\ T \cos \alpha \end{vmatrix}$



* **2e loi de Newton** :

A vitesse constante il n'y a que l'accélération centripète $a = R\omega^2$

$$a = \begin{vmatrix} R\omega^2 \\ 0 \end{vmatrix} \Rightarrow \sum \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \begin{vmatrix} T\sin\alpha \\ T\cos\alpha - mg \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} mR\omega^2 \\ 0 \end{vmatrix}$$

soit : $\begin{cases} T\sin\alpha = mR\omega^2 & (1) \\ T\cos\alpha = mg & (2) \end{cases}$

D'où (2) $\Rightarrow T = \dfrac{mg}{\cos\alpha}$ avec

$$l\sin\alpha = R \Rightarrow \sin\alpha = \frac{R}{l}$$

$$\Rightarrow \sin\alpha = \frac{0{,}5}{1{,}5} = \frac{1}{3} \Rightarrow \alpha = 19{,}47° \Rightarrow \cos\alpha = 0{,}94$$

$$\Rightarrow T = \frac{0{,}5 \times 9{,}81}{0{,}94} = \underline{\underline{5{,}2\,N}}$$

b- (1) $\Rightarrow T\sin\alpha = mR\omega^2 \Leftrightarrow \dfrac{TR}{l} = mR\omega^2$

$$\Rightarrow \omega^2 = \frac{T}{ml} \Leftrightarrow \omega = \sqrt{\frac{T}{ml}} \quad \text{avec : } \tau = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$\Rightarrow \tau = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{ml}{T}} \Rightarrow \tau = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{0{,}5 \times 1{,}5}{5{,}2}}$$

$$\underline{\underline{\tau = 2{,}4\,s}}$$

Ex 5 = Expérience =

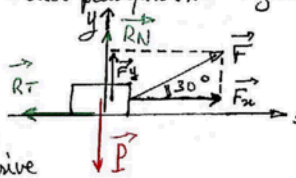
L'aimant attire le fer, donc réciproquement le fer attire l'aimant avec la même force.

$$\vec{F}_{fer \to aimant} = -\vec{F}_{aimant \to fer}$$

$$\Rightarrow m\,\vec{a}_{f \to a} = -m\,\vec{a}_{a \to f} \Rightarrow \vec{a}_{f \to a} = -\vec{a}_{a \to f}$$

d'où : vitesse identique pour les 2 mais en sens opposé ⇒ ils se rapprochent l'un de l'autre à la même vitesse.

Ils se retrouveront au centre O de la cuve puisqu'ils sont à égale distance de O.



Ex I - Glissement d'un pavé =

a- Mise en mouvement =

Il faut que R_T et F soient égaux, c'est à dire que la force de traction arrive à la limite de la résistance du sol.

* Bilan des forces (on décompose selon les axes x et y)

Poids : $\vec{P}\begin{vmatrix}0\\-mg\end{vmatrix}$ Force de traction : $\vec{F}\begin{vmatrix}F\cos 30°\\F\sin 30\end{vmatrix}$ et la réaction $\vec{R}\begin{vmatrix}-R_T\\R_N\end{vmatrix}$

* Statique : A la limite de la statique et du glissement on a $\Sigma\vec{F}=\vec{0}$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix}0+F\cos 30° - R_T = 0\\-mg+F\sin 30°+R_N=0\end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix}R_T = F\cos 30°\\R_N = mg - F\sin 30°\end{vmatrix}$$

soit : $\mu_{stat} = \frac{R_T}{R_N} = \frac{F\cos 30°}{mg - F\sin 30°}$

* Détermination de F.

$$\frac{F\cos 30°}{mg - F\sin 30°} = \mu_{stat} \Rightarrow F.\cos 30° = mg\,\mu_{stat} - F\mu_{stat}\sin 30°$$

$$\Leftrightarrow F(\cos 30° + \mu_{stat}\sin 30°) = mg\,\mu_{stat}$$

$$\Rightarrow F = \frac{mg\,\mu_{stat}}{\cos 30° + \mu_{stat}\sin 30°} = \frac{2\times 9{,}81\times 0{,}8}{0{,}87+0{,}8\times 0{,}5} = \underline{12{,}36\text{ N}}$$

b - Bloc en glissement :

Si le bloc glisse à vitesse constante, on a toujours $\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$

Le problème est le même que précédemment seul μ change.

d'où : $F = \frac{mg\mu}{\cos 30° + \mu\sin 30°} = \frac{2\times 9{,}81\times 0{,}5}{0{,}87+0{,}5\times 0{,}5} = \underline{\underline{8{,}76\text{ N}}}$

Ex II = Démarrage d'une Ferrari =

⚠ Attention, la force motrice va être l'action de frottement des seules roues arrières, mais la masse à mettre en mouvement c'est toute la voiture.

* Force motrice =

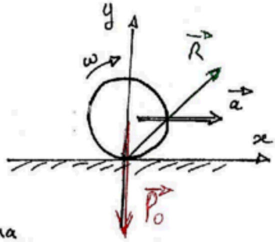
⚠ aux unités : $100\text{ km/h} = \frac{100000}{3600} = 27{,}8\text{ m/s}$

accélération : $a = \frac{27{,}8-0}{4{,}9} = 5{,}67\text{ m.s}^{-2}$

* Bilan des Forces =

→ Poids sur les roues arrière : $\vec{P_0} \begin{vmatrix} 0 \\ \frac{m}{2}g \end{vmatrix}$

→ Réaction du sol : $\vec{R} \begin{vmatrix} R_T \\ R_N \end{vmatrix}$



* 2° Loi de Newton = $\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} 0 + R_T \\ \frac{m}{2}g + R_N \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ma \\ 0 \end{vmatrix} \iff \begin{cases} R_T = ma \\ R_N = -\frac{m}{2}g \end{cases}$$

en valeurs absolues : $R_T = ma$ et $R_N = -\frac{m}{2}g \Rightarrow \mu = \frac{R_T}{R_N} = \frac{ma}{\frac{m}{2}g}$

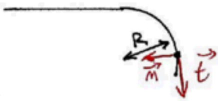
$$\Rightarrow \boxed{\mu = \frac{2a}{g}} \quad \text{soit } \mu = \frac{2 \times 5{,}67}{9{,}81} = \underline{\underline{1{,}15}}$$

si une seule roue $\mu = \frac{a}{g}$

Rque = Sur les voitures "non sportives" le coefficient usuel est $\mu = 0{,}8$ mais il peut aller jusqu'à 1,5 sur des pneus slicks en F1.
Sur la Ferrari les pneus ne sont pas les mêmes à l'avant et à l'arrière où ils sont plus performants pour s'adapter à l'accélération importante.

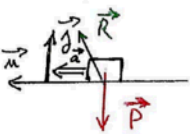
Ex III - Dans un virage =

1°- Réaction du sol : Repère de Frenet



* accélération du mobile
$\|\vec{v}\| = cte \Rightarrow$ seulement l'accélération centripète : $a = \frac{v^2}{R} = \left(\frac{80000}{3600}\right)^2 \times \frac{1}{25} = 19{,}75 \, m.s^{-2}$

* Bilan des forces =
Repère de Frenet $(0, \vec{t}, \vec{n}, \vec{j})$
// en hauteur



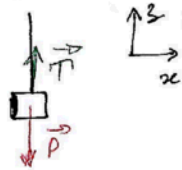
$\vec{P} \begin{vmatrix} 0 \\ -P = -mg \end{vmatrix} \quad \vec{R} \begin{vmatrix} R_T \\ R_N \end{vmatrix}$

* 2° Loi de Newton : $\Sigma\vec{F} = m\vec{a} \iff \begin{vmatrix} 0 + R_T \\ R_N - mg \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ma \\ 0 \end{vmatrix}$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} R_T = ma \\ R_N = mg \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} R_T = 500 \times 19{,}75 = 9\,876{,}5 \, N \\ R_N = 500 \times 9{,}81 = 4905 \, N \end{vmatrix}$$

* Réaction du Sol : $R = \sqrt{9876{,}5^2 + 4905^2} = \underline{11027 \, N}$

Ex IV = La Grue



* accélération : $a = \frac{5}{10} = 0{,}5\ m\,s^{-2}$

* 2° loi de Newton :

$$\sum \vec{F} = \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a} \Leftrightarrow \begin{vmatrix} 0 \\ -mg \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 \\ T \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ ma \end{vmatrix}$$

$\Rightarrow \underline{T = m(a+g)}$ soit $T = 500(0{,}5+9{,}81) = \underline{5155\ N}$