

Programmes de maths de Terminale (inclus la Spécialité)

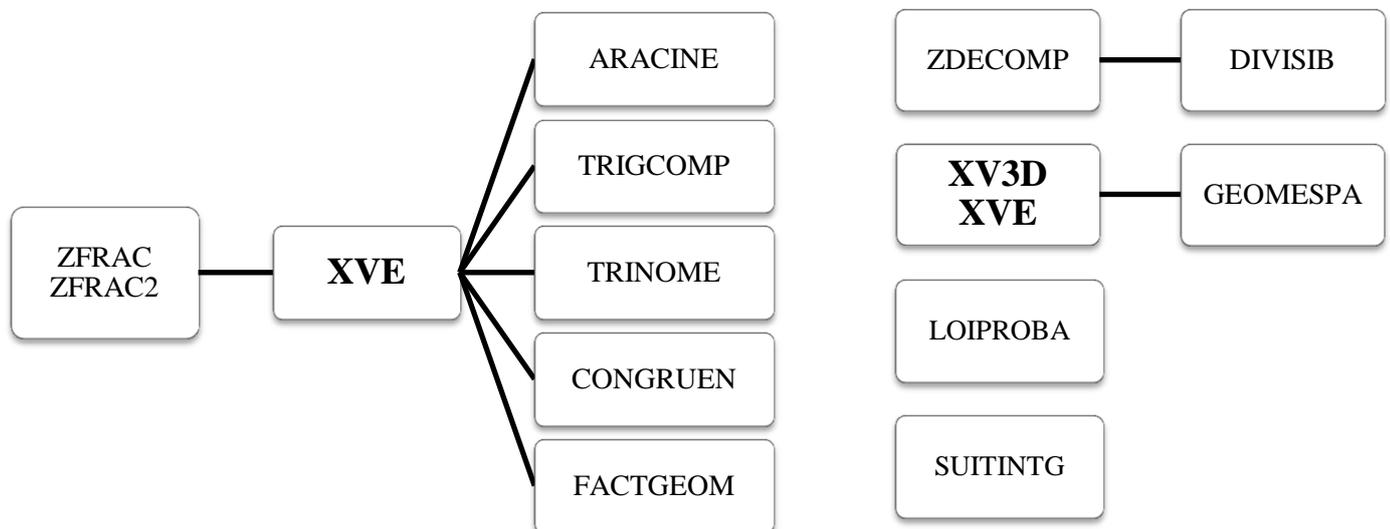
Développés sur Texas Instruments 84+

Préambule :

Ceci est le mode d'emploi de divers programmes mathématiques développés sur TI-84+. Même si moi, Matthias Lemainque, propose librement leur code source, j'interdis quiconque de diffuser une version modifiée de ces derniers et de leur documentation et d'en enlever mon nom. En espérant que ces programmes pourront être utiles. Bonne lecture !

I) Liste des programmes et relations de dépendance

Ce diagramme permet de mettre en évidence les requis de chaque programmes présentés ici, et donc de choisir ceux à installer en conséquence. Je tiens à signaler que tous rentrent sans problème dans la ram de ma TI-84+ !!



SOMMAIRE

p.2	ZFRAC & ZFRAC2 XVE	
p.3	ARACINE TRIGCOMP	(Complexes – <u>formules</u>)
p.4	TRINOME ZDECOMP CONGRUEN DIVISIB	(Congruences – <u>spé</u>) (Divisibilité – <u>spé</u>)
p.5	FACTGEOM LOIPROBA	(Probabilités)
p.6	SUITINTG XV3D	(Intégrale/Primitives – <u>formules</u>)
p.7	GEOMESPA	(Espace – <u>spé</u>)

II) Description des programmes

1) ZFRAC & ZFRAC2

ZFRAC est un programme écrit en assembleur par Matthew Young, permettant de simplifier une fraction en faisant appel aux procédures natives de la TI : ce programme simplifie une fraction avec la même rapidité que lorsque que l'on utilise la fonction ►Frac, mais à ceci près qu'au lieu d'afficher le résultat, le numérateur et le dénominateur sont stockés en mémoire : le programme prend W en entrée, et en sortie, le numérateur est stocké dans W et le dénominateur en I. $W \in \mathbb{Q} \rightarrow W = \frac{W'}{I}, W' \in \mathbb{Z}, I \in \mathbb{N}$

ZFRAC2 en est une extension. Le problème était que ZFRAC ne pouvait simplifier que si W était une fraction exacte : si l'on lui passait 0.333333347 au lieu de 0.333333333, il ne trouvait pas 1/3. ZFrac2 palie en partie à ce manque, en testant tout d'abord ZFRAC sans modification de W, puis, si échec il y a, en arrondissant W à 5 chiffres après la virgule.

Il faut aussi savoir que ZFRAC2 prend le nombre en entrée dans la variable U et non pas W, mais que les variables de sortie sont les mêmes que ZFRAC, soit W et I :

$$U \in \mathbb{Q} \rightarrow U = \frac{W}{I}, W \in \mathbb{Z}, I \in \mathbb{N}$$

2) XVE (ex-RACINE)

XVE utilise les trois programmes précédemment cités : ZFRAC, ZFRAC2 & ZREALSTR. Il permet de mettre, lorsque cela est possible, sous forme fractionnaire et/ou de racines carrées des nombres. Il peut être utilisé soit en tant que programme seul (lancé directement), soit en tant que sous-programme.

S'il est utilisé en tant que programme principal, il simplifiera alors un nombre complexe quelconque, comme suit :

<pre> Done PRGMXVE Simplification nombres par ML .z=i√(2)(3+5i) .z=-5√(2)+3i√(2) Done </pre>	<pre> PRGMXVE Simplification nombres par ML .z=cos(π/3)+isin (π/3) .z=1/2+i√(3)/2 Done </pre>
--	---

Et voici les paramètres à renseigner si XVE est utilisé en tant que sous-programme :

<u>I</u> ARG(I)	<u>Action</u>	<u>Variables attendues en plus</u>
0	Programme seul (invite)	-
1	Simplification du complexe stocké dans Z	Y, Z, Str0
2	Simplification de Re(Z) puis Im(Z) : Z sert de liste à 2 entrées	Y, Z, Str0, Str7
3	Simplification à la suite des éléments de <u>I</u> N, avec personnalisation	Y, <u>I</u> N, Str0, Str7

<u>I</u> ARG(2)	<u>Action</u>
0	Les valeurs nulles sont ignorées
1	Les valeurs sont tout de même prises en compte

<u>Y</u>	<u>Action</u>
-1	Le résultat est affiché à la suite, automatiquement
0	Le résultat n'est pas affiché (cependant toujours stocké dans Str0)
1..7	Numéro de la ligne où afficher le résultat

Vous devez également définir dans Str0 une « amorce » pour l’affichage : si vous voulez que le programme affiche $d(M,P)=3/4$, vous devez au préalable faire "d(M,P)"→Str0. Le résultat sera stocké dans cette même chaîne.

Lorsque vous utilisez le mode (3), il est impératif qu’aucun complexe ne soit présent dans les éléments dans ${}_lN$ (sinon une erreur ce produira, et vous pourrez avoir du mal à rétablir le fonctionnement de XVE). Cependant, avec la capacité de personnalisation, vous pouvez contourner le problème : vous avez en effet la possibilité de définir un caractère qui sera affiché après chaque élément, dans Str7. Voici deux applications, l’une à l’affichage d’une équation de plan dans l’espace, et l’autre à l’affichage de la résolution d’une équation diophantienne (programme CONGRUEN) :

```

Error
(3,0)→LARG:(2,0,
3,4)→LN:"xyz"→Ch
aîne7:"0"→Chaîne
0:-1→Y:PrgrmXVE
0=2x+3z+4
Done

.Ax+By=C
A=5
B=7
C=9
.x=7k+27
y=-5k-18
Done

```

XVE utilise les variables suivantes, paramètres passés au programme et sous-programmes compris :

$I, J, K, U, V, W, Y, Z^1, {}_l1, {}_l2, {}_lT, {}_lTS, {}_lARG, {}_lN, Str5, Str6, Str7, Str9, Str0$ et $Y0$

3) ARACINE

ARACINE permet de simplifier à l’aide de XVE le dernier résultat (variable Ans/Rep) :

```

Done
π/3+π/2
2.617993878
PrgrmARACINE
Rep=2.6179939
=5π/6
Done

```

4) TRIGCOMP

TRIGCOMP est un programme proposant, en plus de nombreuses formules trigonométriques, de jongler entre les différentes formes d’écriture complexe : arithmétique et trigonométrie. Il est demandé à l’utilisateur de saisir soit l’une de ces deux formes, soit 4 points formant un angle. Ensuite, le choix de convertir en forme arithmétique ou trigonométrie est proposé. Tous les résultats affichés sont simplifiés par le programme XVE.

```

PrgrmTRIGCOMP
.Forme algebr:
z=2+2i
.Forme trigo:
r=2√(2)
θ=π/4
Done

Done
PrgrmTRIGCOMP
.(AB,CD)?
!Z=(D-C)/(B-A)!
zA=2+2i
zB=-1-i
zC=2-i
zD=-1-i■

.a' : cos, sin :
a      +c+ +st
-a     +c+ -st
π-a   -c+ +st
π+a   -c+ -st
π/2-a +st +c+
π/2+a -st +c+

.Ca-b=CaCb+SaSb :
Sa-b=SaCb-CaSb
Ca+b=CaCb-SaSb
Sa+b=SaCb+CaSb
.S2a=2SaCa
C2a=C²a-S²a
=2C²a-1=1-2S²a

```

Le premier tableau de formule (juste ci-dessus), a été optimisé pour plus de compréhension. Ainsi, la 3^e ligne peut être lue comme ceci : $\cos(\pi-a) = -\cos(+a)$ et $\sin(\pi-a) = +\sin(+a)$. De même, la 2^e ligne du second tableau peut être lue comme ceci : $\sin(a-b) = \sin(a)*\cos(b)-\cos(a)*\sin(b)$.

¹ En fonction du mode défini dans ${}_lARG(1)$
Matthias Lemainque, mai 2011.

5) TRINOME

TRINOME permet de résoudre des polynômes du second degré, et gère également les solutions complexes (déterminant négatif). Le tout est affiché grâce au programme XVE.

```

PrgrmTRINOME
  Resolveur ds C
  .0=a0²+b0+c
  a=3
  b=2
  c=5
  .d=-56
  J(d)=2iJ(14)
  .Racines:α et β
  P(X)=a(X-α)(X-β)
  α=-i/3-J(14)/3
  β=-i/3+J(14)/3
  Done
  
```

6) ZDECOMP

ZDECOMP est un sous-programme indépendant permettant de décomposer un nombre et éventuellement d'afficher cette décomposition. Les paramètres à renseigner sont :

LARG(I)	0/1 : affichage / pas d'affichage
N	Numéro à décomposer
Str0	Amorce à afficher

```

(0)→LARG:28→N:"
a"→Chaîne0:PrgrmZ
DECOMP
a=2²*7
  Done
  
```

7) CONGRUEN

CONGRUEN s'adresse aux élèves de spécialité maths de Terminale. Ce n'est pas un sous-programme, mais nécessite au contraire les programmes suivants : XVE, ZFRAC & ZFRAC2.

Ses fonctionnalités sont : effectuer une division entière, dresser rapidement un tableau de congruences, effectuer les algorithmes d'Euclide et de Bézout à la suite (Détails compris !) et enfin afficher les résultats d'une équation diophantienne quelconque.

```

Congruences
1:Divis. entiere
2:Tableau congr.
3:Euclide-Bezout
4:Eq: aX+bY=c
  
```

```

PrgrmCONGRUEN :
  Congruences de
  P(X)=6X²+2
  Mod 7
  -----
  X   0 1 2 3 4 5
  P(X) 2 1 5 0 0 5
  Q/Enter .Pause
  
```

```

.a=bQ+R
a=5      Q=1
b=3      R=2
.a=bQ+R
a=96     Q=4
b=23     R=4
.a=bQ+R
a=
  
```

```

PrgrmCONGRUEN :
  Ax+By=C
  A=25
  B=13
  C=12
  .x=13k-12
  y=-25k+24
  
```

```

Algo Euclide et;
  Bezout (a,b)
  .a=235
  b=3241
  .Euclide:
  235=0*3241+235
  3241=13*235+186;
  235=1*186+49
  186=3*49+39
  49=1*39+10
  39=3*10+9
  10=1*9+1
  9=9*1+0
  Pgcd(a,b)=1 :
  .Bezout: p=... :
  =1*10+-1*9 :
  =-1*39+4*10 :
  =4*49+-5*39 :
  =-5*186+19*49
  =19*235+-24*186
  =-24*3241+331
  *235
  =331*235+-24*32
  41
  
```

8) DIVISIB

DIVISIB s'adresse également à la spécialité maths exclusivement. Cependant, il ne possède pas les mêmes prérequis que : pour fonctionner, il lui faut ZDECOMP et L^P .

Ce programme permet : d'afficher les diviseurs d'un nombre, d'afficher la décomposition d'un nombre en facteurs premiers, de calculer les PGCD et PPCM de deux nombres soit avec une méthode détaillée (diviseurs communs et totaux), soit avec une méthode plus rapide (fonctions de la calculette) et enfin de générer la liste des nombres premiers nécessaires au reste du programme (L^P)

```

Divisibilité
1:Diviseurs
2:Decomposition
3:Pgcd/Ppcm Deta
4:Pgcd/Ppcm Rapi
5:Gen LPremiers
  
```

```

PRGMCONGRUEN Error
PRGMDIVISIB
.Diviseurs de:
n=258
.1 3 43 129
.2 6 86 258 Done
  
```

```

Pgcd et Ppcm :
.a=25
.b=1258
.a=5^2
.b=2*17*37
.m=2*5^2*17*37
.d=1
  
```

```

Decomposition
.n=258
.n=2*3*43
-----
Prog developpe
Par M Lemainque
Done
  
```

```

Par M Lemainque Done
PRGMDIVISIB
.a=25
.b=1258
.m=31450
.d=1
.a=
  
```

```

PRGMDIVISIB :
Generateur LP:
nbres Premiers
(Quitter:enter)
.Taille:156
n°16
n=53
  
```

9) FACTGEOM

FACTGEOM permet factoriser si possible une expression du type :

$$ax^2 + by^2 + cx + dy + e = 0$$

Le programme la transforme ainsi en une expression décrivant une droite ou un cercle : $y = Ax + B$ ou bien $(x - A)^2 + (y - B)^2 = C^2$. Pour cela, il est indiqué s'il faut avant tout factoriser ou non l'expression (« Simplifiée : 2 »).

```

PRGMFACTGEOM
Forme canonique
.ax^2+by^2+cx+dy+e
a=2
b=2
c=4
d=8
e=-16
.Simplifiée:2
.(x-X)^2+(y-Y)^2=C^2
X=-1 -1
Y=-2 -2
theta=13 13
r=sqrt(13)
Done
  
```

10) LOIPROBA

LOIPROBA calcule les probabilités d'événements des lois suivantes : binomiale, uniforme & exponentielle (soit toutes celles vues en Terminale Scientifique). Au lancement du programme, le choix est laissé à l'utilisateur entre chacune d'elle ; il doit ensuite entrer ses caractéristiques sous forme de réels.

Le programme lui demande ensuite d'entrer une borne inférieure α et une supérieure β ; il peut ainsi calculer la probabilité que l'événement suivant : $p(\alpha \leq X \leq \beta)$. Afin de calculer, par exemple $p(X \leq \beta)$, il faut entrer 0 pour α , et à l'inverse si l'on souhaite calculer $p(\alpha \leq X)$, entrer une très grande valeur pour β (pour la loi exponentielle, on entrera une valeur de l'ordre de 10^5 , pour approcher l'infini).

En saisissant « ? » pour α , le programme donner les valeurs de l'espérance $E(X)$, de la variance $V(X)$ ainsi que l'écart-type $\sigma(X)$.

```

.X suit B(n,P)
n=20
P=.3
?:E,V,sigma(X)=?
*:Quitter
P(alpha<=X<=beta)=?
.alpha=0
.beta=10
.P=.98286
.alpha=?
.E(X)=6
.V(X)=4.2
.sigma(X)=2.04939
.alpha=
  
```

11) SUITINTG

SUITINTG s'occupe lui de tout ce qui est suites et intégrales.

Sa première fonction est de calculer les termes d'une suite quelconque de façon plus libre qu'avec le système natif de la calculatrice : comme montré ci-contre, elle permet d'afficher la somme des termes calculés. Même si elle reste peu évoluée, cette fonction pourra dans un proche avenir permettre de gérer plusieurs suites parallèlement, définies par récurrence les unes par rapport aux autres, ce qui génère pour l'instant une erreur lorsqu'on la rentre directement dans la TI...

SUITINTG permet de calculer une expression de la forme $[u(x) * v(x)]_a^b$, ce qui peut se révéler être un léger gain de temps en contrôle...

La fonction la plus aboutie de ce programme, et c'est pourquoi je pense qu'il peut être intéressant, est celle permettant de vérifier la justesse de l'expression analytique d'une intégrale. De nombreux autres programmes le font déjà, mais celui-ci gère les suites définies en fonction de l'intégrale. Ainsi par exemple, ci-contre on a défini ceci :

$$I_n = \int_0^n (x^2 + 1). dx \quad \text{et} \quad j_n = I_n + I_{n-1}$$

Et l'expression supposée juste de (j_n) est : $j_n = 2n + e^2 + j_{n-1}$

Une fois tout défini, le programme propose de tester différentes valeurs, affiche la valeur réelle de (j_n) et dit si l'expression à tester donne la même valeur ou non (Y/N). Dans cet exemple, j'ai entré l'expression au pif, pour montrer les différentes possibilités offertes par le programme, c'est pourquoi il indique « N ». Quoiqu'il en soit jusqu'à maintenant, ce programme a été assez complexe pour gérer toutes les configurations d'intégrales/suites demandées en exercice !

Une dernière « fonction » utiles de ce programme s'adresse aux fainéants comme moi qui n'arrivent pas à apprendre leurs formules de primitivation: dans le menu, choisissez « Formules », et vous verrez une liste de fonctions (à gauche) et de leur primitives (à droite).

12) XV3D

XV3D permet d'afficher en trois dimensions. La puissance de la calculatrice limite fortement le nombre de points, mais des plans, des cubes, des tétraèdres etc. peuvent aisément être affichés.

Pour créer l'espace à observer, il faut saisir dans la matrice [A] les coordonnées des points et dans [B] les segments. La matrice [A] des points se remplit comme suit : une ligne par point, en 1^e colonne l'abscisse X du point, en 2^e l'ordonnée et en 3^e la cote. La matrice [B] se remplit elle comme ceci : une ligne par segment, en 1^e colonne le numéro du premier point, et en 2^e colonne le numéro du deuxième point. A partir de points et de segments, il est aisé de dessiner des plans.

Le programme générera à l'exécution trois autres colonnes dans [A] et une autre dans [B], donc prévoyez suffisamment d'espace mémoire. Si vous quittez proprement XV3D, cet espace supplémentaire est libéré.

Une fois les matrices [A] et [B] renseignées, le programme peut s'exécuter en tant que programme indépendant, mais peut aussi l'être en tant que sous-programme ; dans le 1^{er} cas, l'utilisateur devra saisir la focale et le zoom au démarrage, dans l'autre non. Tout comme pour XVE, il faut fournir à XV3D un certain nombre d'autres paramètres.

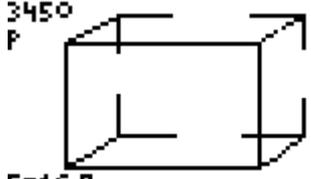
```
Suite/Integrale:
1: Calculs iter.
2: IPP: [(uv)(X)]
3: IPP: Verif expr
4: ...reprise<!>
5: Formules
6: Quitter
```

```
PRGM SUITINTG
Calcul et somme
U=u(n-1)
.u(n)=Un^2+5-2n
ni=0
u(ni)=5/3
.n=5
u=118320
S=123395
```

```
PRGM SUITINTG
Express. integr
.Integrale:
I(N)=S(f(X)dX)
fX=X^2+1
[a,b]:a=0
b=N
.Suite: K=I(N+c)
jN=I+K
c=-1
.Verif: L=j(N+d)
jN=2N+e^2+L
d=-1
```

```
CALCULS
.N=2
jN=6 N
.N=5
jN=72 N
.N=■
```

```
3450
3450
P
F=16.9
Z=2
P:B :
S:12
```



$LARG(1)$	0/1 : pas d'invite / invite
T	« Focale » ou distance de la caméra (si $T=0$, alors perspective cavalière : plus rapide à afficher)
K	Zoom
$LP(1)$	-1/1 : pas de repère / repère (vecteurs i, j, k)
$LP(2)$	-1/1 : pas d'informations (juste angles) / informations supplémentaires
$LP(3)$	0/1/2 : affichage juste des points / points&segments / juste segments

Voici pour finir les différentes commandes permettant d'interagir avec le programme :

Flèches	Modifie l'angle de vision (permet de tourner autour l'objet)
2nd	Modifie $LP(2)$: change les restrictions d'affichages points/segments
Alpha	Affiche/N'affiche pas certaines informations à l'écran (focale/zoom/dimensions matrices)
÷ / x	Diminue/augmente la focale (distance de la caméra)
- / +	Diminue/augmente le zoom
8/2 / 4/6	Déplace l'affichage de haut en bas et de gauche à droite (permet de recentrer l'image)
Enter	Quitte le programme OU permet de sortir de la veille (lorsqu'il y a un « P » en haut à gauche)

13) GEOMESPA

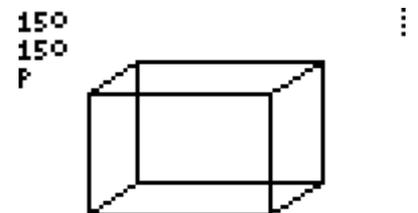
GEOMESPA permet plusieurs choses : calculer par intégrale le volume d'un volume révolu (ex : cylindre, cône) à partir de la fonction définissant ses contours, calculer la distance d'un point à un plan, d'afficher dans XV3D une fonction de deux variables ou un cube prédéfini. Le calcul de volume propose également de définir l'unité de volume en système métrique (m^3 , cm^3 , L, etc.) et ainsi de pouvoir faire la conversion. Ci-dessous, on a ainsi défini qu'une unité de volume était égale à $10^{-3} m^3$: ainsi le programme donne le résultat en unités de volume, puis en m^3 .

Comme ci-contre, il est donc possible de calculer la distance d'un point à un plan puis de la simplifier à l'aider de XVE

```
Dist(M,P)?
.P: aX+bY+cZ+d=0
a=2
b=3
c=4
d=-1
.M(X,Y,Z)
X=0
Y=0
Z=0
.d=44√(29)/29
Done
```

```
geometrie espace
1:Volume revolu
2:Dist(M,P)
3:Fonc 2 variab
4:...revoir
5:Cube
```

```
.fX=X^2-X
[a,b]:a=0
      b=3
u(?m)=10
.V(u)=53.721
(?m)=53721.234
Done
```



Après avoir renseigné le nombre de points à calculer (minimum de l'abscisse/ordonnée, intervalle et nombre d'occurrence), GEOMESPA permet également de générer un plan obtenu à partir d'une fonction à deux variables, qui est ensuite affiché dans XV3D :

$$(X, Y) \rightarrow f(X, Y) = Z, (X, Y, Z) \in R^3$$

```
.Cote Z:
f(X,Y)=X^2+Y^2
.Abscisse X:
min=-1
int=.4
nbf=6
.Ordonnee Y:
min=
```

