Algèbre

- $\bigoplus_{i=1}^{p} E_i \Leftrightarrow \forall k \in [\![1, p-1]\!], \left(\bigoplus_{i=1}^{k} E_i\right) \cap E_{k+1} = \{0_E\} \Leftrightarrow \textit{Décomposition unique}$

- *p projecteur*

  p *projection de base* $Im(p)$, *direction* $Ker(p)$

  $Im(p) + Ker(p) = E$

  $Im(p) = Ker(p - Id_E) = Ker(Id_E - p)$

  $rg(p) = tr(p)$

- H *hyperplan* $\Leftrightarrow$ H *noyau d'une forme linéaire non nulle*

- $\forall i, E_i$ *stable* $\Leftrightarrow Mat_{\mathcal{B}}(u)$ *diagonale par blocs,* $\mathcal{B}$ *adaptée à* $\bigoplus_i E_i$

- $u \text{ diagonalisable} \Leftrightarrow \begin{cases} \chi_u \text{ scindé} \\ \exists \text{ polynôme anulateur de } u \text{ scindé à racines simples} \end{cases}$

- $u \text{ trigonalisable} \Leftrightarrow \begin{cases} \chi_u \text{ scindé} \\ \exists \text{ polynôme anulateur de } u \text{ scindé} \end{cases}$

- ***Produit scalaire***

  Bilinéarité

  Symétrie : $\varphi(x,y) = \varphi(y,x)$

  Positivité : $\varphi(x,x) \geq 0$

  Définie positivité : $\varphi(x,x) > 0$

- ***Norme***

  Séparation : $N(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0_E$

  Inégalité triangulaire : $N(x+y) \leq N(x) + N(y)$

  Homogénéité : $N(\lambda x) = |\lambda| \cdot N(x)$

- ***Projecteurs et symétries***

  $p_F + p_{F^\perp} = Id_E$

  $s_F = Id_E - 2p_{F^\perp}$

  $s_{F^\perp} = -s_F$

  s *symétrie ortho* $\Leftrightarrow$ s *endo ortho* ***et*** $s \circ s = Id_E$

- $u \text{ endo symétrique} \Rightarrow \begin{cases} \text{Valeurs propres réelles} \\ u \text{ diagonalisable} \\ u \text{ admet une BON de vect propres} \end{cases}$