

# Systèmes mécaniques

## 1. Hyperstatisme

### ✓ Etude Statique

$$h = m + I_s - E_s$$

$I_s$  = Nombre d'inconnues statiques

$E_s = 6(n - 1)$  = Nombre d'équations scalaires

$$h = m + I_s - 6(n - 1)$$

### ✓ Etude cinématique

$$h = m + 6\gamma - I_c$$

$I_c$  = Nombre d'inconnues cinématiques

$\gamma$  = Nombre de cyclomatiques

$$h = m + 6\gamma - I_c$$

## 2. Centre de gravité

### ✓ Décomposition en plusieurs solides

$$\sum m_i \cdot \overrightarrow{OG_i} = \overrightarrow{OG} \cdot \sum m_i = m \cdot \overrightarrow{OG}$$

$m_i$  = masse d'une partie du solide

$G_i$  = centre de gravité d'une partie du solide

$m$  = masse totale du solide

$$\int_{P \in S} \overrightarrow{OP} \cdot dm = m \cdot \overrightarrow{OG}$$

### ✓ Solide homogène

$$\overrightarrow{OG} = \frac{\int_{P \in S} \overrightarrow{OP} \cdot dV}{V_{tot}}$$

$dV$  = volume élémentaire

### 3. Moment d'inertie

#### ✓ Matrice d'Inertie

$$\overrightarrow{OP} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$$[I_0(S)] = \begin{pmatrix} A & F & E \\ -F & B & D \\ -E & -D & C \end{pmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

$$A = m \cdot (y^2 + z^2)$$

$$D = m y z$$

$$B = m \cdot (x^2 + z^2)$$

$$E = m x z$$

$$C = m \cdot (x^2 + y^2)$$

$$F = m x y$$

Plan de symétrie :

$$(O, \vec{x}, \vec{y}) \Rightarrow D = E = 0$$

$$(O, \vec{y}, \vec{z}) \Rightarrow E = F = 0$$

$$(O, \vec{x}, \vec{z}) \Rightarrow D = F = 0$$

#### ✓ Théorème de Huygens (déplacer la matrice en O)

$$\overrightarrow{OG} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$$

$$A_0 = m \cdot (b^2 + c^2) + A_G$$

$$D = m b c + D_G$$

$$B_0 = m \cdot (a^2 + c^2) + B_G$$

$$E = m a c + E_G$$

$$C_0 = m \cdot (a^2 + b^2) + C_G$$

$$F = m a b + F_G$$

#### ✓ Relations entre les objets de SI

$$\begin{array}{ccccc} [I_A(S)] & \rightarrow & [I_G(S)] & \rightarrow & [I_B(S)] \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ \overrightarrow{\sigma_A(S/R)} & \rightarrow & \overrightarrow{\sigma_G(S/R)} & \rightarrow & \overrightarrow{\sigma_B(S/R)} \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ \overrightarrow{\delta_A(S/R)} & \rightarrow & \overrightarrow{\delta_G(S/R)} & \rightarrow & \overrightarrow{\delta_B(S/R)} \end{array}$$

#### 4. Lois de Coulomb

✓ *Glissement*

$$T(S_1 \rightarrow S_2) = f \cdot N(S_1 \rightarrow S_2)$$

✓ *Pivotement*

$$M_p^n(S_1 \rightarrow S_2) = \delta \cdot N(S_1 \rightarrow S_2)$$

✓ *Roulement*

$$M_p^t(S_1 \rightarrow S_2) = \eta \cdot N(S_1 \rightarrow S_2)$$

$N$  = effort normal (normale de Résultante)

$T$  = effort de frottement (tangentielle de Résultante)

$M_p^t$  = moment de roulement (normale du Moment)

$M_p^n$  = moment de pivotement (tangentielle du Moment)

$\delta$  et  $\eta$  homogènes à une longueur