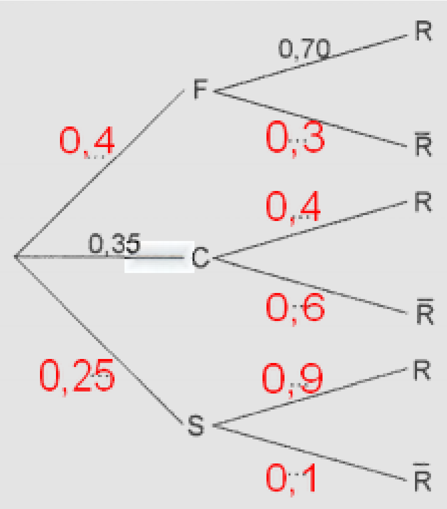
Corrigé BAC ES et L mathématiques Liban 2014

Exercice 1

Partie A

1) D'après l'énoncé, on a : $P(F) = 0{,}4$ et $P_S(R) = 0{,}9$



2)

3) A) $P(F \cap R) = P(F) * P_F(R) = 0{,}4 * 0{,}7 = 0{,}28$

B) $P(R) = P(F \cap R) + P(C \cap R) + P(S \cap R) = 0{,}28 + 0{,}35 * 0{,}4 + 0{,}25 * 0{,}9 = 0.645$

4) On veut calculer $P_R(C) = \frac{P(R \cap C)}{P(R)} = \frac{0{,}35 * 0{,}4}{0{,}645} = 0{,}217$

Partie B

1) A) On veut calculer : $P(6 \leq X \leq 24) \approx 0.954$

B) $P(X \geq 20) \approx 0{,}133$

2) On veut calculer : $P_{6 \leq X \leq 24}(X \geq 20) = \frac{P((6 \leq X \leq 24) \cap (X \geq 20))}{P(6 \leq X \leq 24)} = \frac{P(20 \leq X \leq 24)}{P(6 \leq X \leq 24)} = \frac{0{,}111}{0{,}954} = 0{,}116$

Exercice 2

1) Soit X, la variable aléatoire associée au nombre de non fumeurs réguliers sur un groupe de 10 jeunes âgés de 15 à 19 ans. X suit une loi binomiale de paramètres n=10 et p = 1-0,236 = 0,764. On cherche à calculer P(X=10) :

$$P(X = 10) = \binom{10}{10} * p^{10} = 0{,}764^{10} = 0{,}068$$

La réponse juste est la **c**

2) L'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil 95% est donné par la formule :

$$I = \left[p - 1{,}96\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} ;\ p + 1{,}96\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}\right]$$

$$I = \left[0{,}236 - 1{,}96\frac{\sqrt{0{,}236 * 0{,}764}}{\sqrt{500}} ;\ 0{,}236 + 1{,}96\frac{\sqrt{0{,}236 * 0{,}764}}{\sqrt{500}}\right]$$

$$I = [0{,}198; 0{,}274]$$

La réponse juste est la **a**

3) L'amplitude de l'intervalle de fluctuation est :

$$A = p + 1{,}96\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} - p + 1{,}96\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}$$

$$A = 3{,}92\frac{\sqrt{0{,}236 * 0{,}764}}{\sqrt{n}} = \frac{1{,}66}{\sqrt{n}}$$

On veut : $A < 0{,}01$

Donc : $\frac{1{,}66}{\sqrt{n}} < 0{,}01 \Leftrightarrow \sqrt{n} > 166 \Leftrightarrow n > 27556$

La réponse juste est la **d**

4) Un intervalle de confiance de la proportion des filles parmi les fumeurs réguliers âgés de 15 à 19 ans est donné par la relation :

$$C = \left[f - \frac{1}{\sqrt{n}}; f + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]$$

$$C = \left[\frac{99}{250} - \frac{1}{\sqrt{250}}; \frac{99}{250} + \frac{1}{\sqrt{250}}\right]$$

$$C = [0{,}33; 0{,}46]$$

La réponse juste est la **b**

Exercice 3

1) A) $a_1 = 2500 * 0{,}8 + 400 = 2400$

$a_2 = 2400 * 0{,}8 + 400 = 2320$

B) L'énoncé dit que chaque année, 80% des inscrits l'année passée renouvelleront leur inscription et qu'il y aura 400 nouveaux adhérents.

Donc, $a_{n+1} = 0{,}8a_n + 400$

2) A) $v_{n+1} = a_{n+1} - 2000 = 0{,}8a_n + 400 - 2000 = 0{,}8a_n - 1600 = 0{,}8v_n$

Donc, v_n est une suite géométrique de raison 0,8 et de premier terme

$v_0 = a_0 - 2000 = 2500 - 2000 = 500$

Donc, $v_n = 0{,}8^n * 500$

B) $v_n = a_n - 2000 \Leftrightarrow a_n = v_n + 2000 = 0{,}8^n * 500 + 2000$

C) $\lim_{n \to +\infty} 0{,}8^n = 0 = \lim_{n \to +\infty} 0{,}8^n * 500$ d'où $\lim_{n \to +\infty} a_n = 2000$

D) Si le schéma d'inscriptions reste sur le même dans les années à venir, la médiathèque aura en moyenne 2000 abonnés.

3) A) Cet algorithme cherche le rang n à partir duquel la suite v_n est inférieure ou égale à 50. Soit donc, le rang à partir duquel le nombre d'abonnés est proche de 2000, à 50 près.

B) A l'aide de la calculatrice, on trouve n=11. Donc, à l'année 2024, la médiathèque aura un nombre d'abonnés assez proche de la limite (2000) à 50 abonnements près.

Exercice 4 (Non spé)

Partie A

1) A) $f(x) = x + 1 + e^{-x+0,5}$
   $f'(x) = 1 - e^{-x+0,5}$
   B) $f'(x) = 0 \ \Leftrightarrow e^{-x+0,5} = 1 = e^0 \Leftrightarrow -x + 0,5 = 0 \Leftrightarrow x = 0,5$
   C) Sur [0 ; 0,5[, f'<0, f est décroissante
   Sur]0,5 ; 5], f'>0, f est croissante
   D)

x	0		$\frac{1}{2}$		5
f'(x)		−	0	+	
var f	$e^{\frac{1}{2}}+1$	↘	$\frac{5}{2}$	↗	$e^{\frac{-9}{2}}+6$

2) A) Par lecture graphique, on trouve : $2 \leq \alpha \leq 2,5$
   B) Graphiquement, $f(x) < 1,5x \ \Leftrightarrow x > \alpha$

Partie B

1) A) Le nombre de cartes à produire pour avoir un coût minimal d'utilisation de la machine, est modélisé par le minimum de la fonction soit x=0,5. Il faut donc produire 50 cartes.
   B) Le bénéfice est la soustraction des recettes et des dépenses. Soit donc :
   $B(x) = 1,5x - f(x) = 1,5x - x - 1 - e^{-x+0,5} = 0,5x - 1 - e^{-x+0,5}$
2) A) $B'(x) = 0,5 + e^{-x+0,5} > 0$ (car l'exponentielle est toujours positive)
   Donc, B est croissante
   B) B(x) est continue et strictement croissante. De plus, B(2,32)<0 et B(2,33)>0. Ainsi, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation B(x)=0 admet une unique solution entre 2,32 et 2,33 notée β

3) B(x)>0 si, et seulement si, x> β. Ainsi, pour que l'entreprise réalise un bénéfice, sur le carnet de commande doit figurer 233 pièces