MATHÉMATIQUES : 10 points

PROBLÈME 1 (3 points)

Question 1 ($3 \times 0,5$ point)
A : FAUX
B : VRAI
C : FAUX

Question 2 ($3 \times 0,5$ point)
D : VRAI
E : VRAI
F : FAUX

PROBLÈME 2 (3,5 points)

Question 1 (0,75 point)

1a. 0,5 point $f(0)=4 \Rightarrow a-\dfrac{1+1}{2}=4 \Rightarrow a=5.$

1b. 0,25 point La fonction f est paire : pour tout x entre -8 et 8, $f(-x)=f(x)$.

Question 2 (1 point)

2a. 0,5 point $f'(x)=0-\dfrac{0,2e^{0,2x}-0,2e^{-0,2x}}{2}=-\dfrac{1}{10}e^{0,2x}+\dfrac{1}{10}e^{-0,2x}=\dfrac{1}{10}e^{-0,2x}\left(1-e^{0,4x}\right).$

2b. 0,5 point Pour $x\in[0\,;8]$, $0,4x\geq 0 \Rightarrow e^{0,4x}\geq e^{0}=1 \Rightarrow 1-e^{0,4x}\leq 0.$

D'autre part, $e^{-0,2x}>0$. Finalement, tout comptes faits, $x\in[0\,;8] \Rightarrow f'(x)\leq 0.$

Donc la fonction f est décroissante sur l'intervalle $[0\,;8]$.

Question 3 (0,75 point)

La hauteur maximale vaut $f\left(2+\dfrac{2,5}{2}\right)-0,5=3,281...\approx 328\,\text{cm}$. Un camion de 2,5 mètres de largeur

Question 4 (1 point)

4a. 0,75 point $I=\left[\dfrac{e^{0,2x}}{0,2}+\dfrac{e^{-0,2x}}{-0,2}\right]_0^8=\dfrac{e^{1,6}}{0,2}+\dfrac{e^{-1,6}}{-0,2}-\dfrac{e^{0}}{0,2}-\dfrac{e^{0}}{-0,2} \Rightarrow I=5\left(e^{1,6}-e^{-1,6}\right).$

Pour raisons de symétrie, $A=4\displaystyle\int_0^8\left(5-f(x)\right)dx=4\int_0^8\frac{e^{0,2x}+e^{-0,2x}}{2}dx=2I$

$$\Rightarrow A=10\left(e^{1,6}-e^{-1,6}\right)=47,511...\approx 47,51\ \text{m}^2.$$

4b. 0,25 point Il faut couvrir $2\times 47,51\ \text{m}^2=95,02\ \text{m}^2$.

Donc il faut $\dfrac{95,02}{0,3}=316,7$ litres, donc 11 bidons minimum.

PROBLÈME 3 (3,5 points)

Question 1 (1 point)

1a. 0,25+0,5 point

$$a^2=b^2+c^2-2bc\cos\left(\hat{A}\right) \Rightarrow \cos\left(\hat{A}\right)=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{36+25-49}{2\times 6\times 5}=\frac{12}{60}=\frac{1}{5}.$$

De même, $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos(\hat{B}) \Rightarrow \cos(\hat{B}) = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{49 + 25 - 36}{2 \times 7 \times 5} = \frac{38}{70} = \frac{19}{35}$

1b. 0, 25 point $\sin(\hat{A}) = \sqrt{1 - \cos^2(\hat{A})} = \sqrt{1 - \frac{1}{25}} = \frac{2\sqrt{6}}{5}$, $\sin(\hat{B})$. $\sin(\hat{B}) = \sqrt{1 - \frac{361}{1225}} = \frac{12\sqrt{6}}{35}$

Question 2 (1,5 points)

2a. 0,75 point On utilise la loi des sinus dans ACI et BCI :

$$\frac{CI}{\sin(\hat{A})} = \frac{AI}{\sin\left(\frac{\hat{C}}{2}\right)} \text{ et } \frac{CI}{\sin(\hat{B})} = \frac{BI}{\sin\left(\frac{\hat{C}}{2}\right)}.$$

Donc $AI \times \sin(\hat{A}) = BI \times \sin(\hat{B}) \Rightarrow \frac{AI}{BI} = \frac{12\sqrt{6}/35}{2\sqrt{6}/5} = \frac{6}{7}$.

2b. 0,5 point $AI + BI = AB = 5$.

$$\begin{cases} \frac{AI}{BI} = \frac{6}{7} \\ AI + BI = 5 \end{cases} \Rightarrow AI = \frac{30}{13} \text{ et } BI = \frac{35}{13}.$$

2c. 0,25 point On utilise Al-Kashi dans ACI :

$$CI^2 = AC^2 + AI^2 - 2 \times AC \times AI \times \cos(\hat{A})$$

$$\Rightarrow CI^2 = 36 + \frac{900}{169} - 2 \times 6 \times \frac{30}{13} \times \frac{1}{5} = \frac{6048}{169} \Rightarrow CI = \frac{12\sqrt{42}}{13}.$$

Question 3 (0,25+0,25+0,25+0,25=1 point)

Les coordonnées de B : $\begin{cases} x_B = AB \times \cos(\hat{A}) = 1 \\ y_B = AB \times \sin(\hat{A}) = 2\sqrt{6} \end{cases}$. Celles de I : $\begin{cases} x_I = AI \times \cos(\hat{A}) = \frac{6}{13} \\ y_I = AI \times \sin(\hat{A}) = \frac{12\sqrt{6}}{13} \end{cases}$.

L'aire de $ABC = \frac{y_B \times AC}{2} = 6\sqrt{6}$.

Et L'aire de $AIC = \frac{y_I \times AC}{2} = \frac{36\sqrt{6}}{13} \Rightarrow \frac{\text{aire de AIC}}{\text{aire de BIC}} = \frac{36\sqrt{6}/13}{6\sqrt{6} - 36\sqrt{6}/13} = \frac{6}{7}$.

Ou $\frac{\text{aire de AIC}}{\text{aire de BIC}} = \frac{\frac{AI \times h}{2}}{\frac{BI \times h}{2}} = \frac{AI}{BI} = \frac{6}{7}$.

PHYSIQUE APPLIQUEE

INDICATIONS DE CORRECTION

1. ELECTRICITE (5 points)

a. Puissance Hydraulique P=ρ.g.HMT. Φ= 1000x9,81x5x2 = 98,1kW on en déduit la puissance absorbée par le moteur **P=98,1/0,5 = 196,2 kW.**

La puissance reactive cos φ = 0,9 donne Tanφ = 0,48 d'ou **Q= 95,2 kVAR**

b. Couplage Triangle

$Q=3CU^2\omega$ d'où $C = \frac{Q}{3U^2\omega}$ = $250x10^3/(3x400^2x314)$ = **1,6mF**

Calcul du courant traversant un condensateur

$I=UC\omega = 400x1,6x10^{-3}x314 = 201$ A

Couplage étoile la tension aux bornes d'un condensateur est la tension simple V

La formule précédente donne $C = \frac{Q}{3V^2\omega}$ $250x10^3/(3x230^2x314)$ = **5mF**

Calcul du courant traversant un condensateur

$I=UC\omega = 230x1,6x10^{-3}x314 = 116$ A

En étoile la capacité C, est 3 fois supérieur donc plus onéreuse, d'où l'intérêt de coupler en triangle.

c. BILAN DE PUISSANCE

Ventilation Q=20xTan(37)=15kVAR

Eclairage P = Sxcos φ= 3x0,9 =

	Puissance Active (kW)	Puissance Réactive (kVAR)
Pompes (3)	589	286
Ventilation	20	15
Chauffage	10	0
Eclairage	2,7	1,3
Batterie de condensateurs	0	-200
TOTAL	621	102

Puissance apparente $S^2=P^2+Q^2$ = d'où S=629,3kVA

D'où Cosφ = P/S = 0,98

2. ENERGIE (3 points)

Puissance Fourni par le GE 650kW

Entrée GE P=650/0,5= **1300kW**

En 12h de fonctionnement le groupe a consommé 1300kw*3600*12= 5610^9J

En considérant le PCI on a la consommation en kilo de fuel

(56/42)10^3kg de fuel = **1333,3kg**

En prenant la masse volumique du fuel

Masse volumique du gazole 833 kg.m^{-3}

On a consommé (1333,3 /833) = 1,6m^3 soit 1600L

Consommation 24/24 pendant 2j on a une consommation de 1600*2 *2= 6400L d'où le volume de la cuve 6,4m^3

prix pour remplir la cuve P=6400*1,3 = **8320 €**

3. HYDRAULIQUE (2 points)

a.

Si on applique bernouilli entre A et B en prenant comme hypothèse que Va=0 on a

$Pa + \rho gZa + \rho Va^2/2 = Pb + \rho gZb + \rho Vb^2/2$

Pa=Pb

D'où $Vb = (2gh)^{1/2} = (2x9,81x1,2)^{1/2}$= **4,85m/s**

Calcul du débit du jet

Φ = Section du trou X Vitesse du jet = $\frac{\pi d^2}{4}$xVb= 3,14x0,02^2/4 x 4,85 = 0,0015 m3/s soit 1,5L/s

b. calcul du temps de détection t

Volume de la cuve pour 10cm de gazole

V= 0,05x1,26x1,26=0,08m3 soit 80L environs (79,3L exactement)

1,5Lxt=80 soit t = 53,3 s

Au bout d'environ 53 secondes l'exploitant recevra une alarme