

Question 2 : (0,5 point)

Calculer la pression à l'entrée de la turbine.

Bernoulli entre h_1 et h_2 :

$$\frac{1}{2} \rho (v_{h1}^2 - v_{h2}^2) + \rho g (z_{h1} - z_{h2}) + p_{h1} - p_{h2} = 0$$

$$p_{h2} = p_{h1} + \frac{1}{2} \rho (v_{h1}^2 - v_{h2}^2) + \rho g (z_{h1} - z_{h2})$$

$$p_{h2} = 1,00 \cdot 10^5 + 500 (-3,18^2) + 1000 \times 9,81 \times (1450 - 632)$$

$$p_{h2} = 81 \text{ bars}$$

Question 3 : (1,5 points)

A la sortie de la turbine la vitesse de l'eau est négligeable et sa pression est égale à la pression atmosphérique.

- 1) Calculer l'énergie E fournie à la turbine pour chaque kilogramme d'eau.

Soit C le point de sortie de la turbine

Energie fournie à la turbine pour 1 kg

$$\frac{1}{2} (v_{h2}^2 - v_c^2) + \frac{1}{\rho} (p_{h2} - p_c) + g (z_{h2} - z_c) = E$$

$$\text{Masse } m = 1 \text{ kg} ; z_{h2} = z_c ; p_c = 10^5 \text{ Pa} ; p_{h2} = 81 \cdot 10^5 \text{ Pa} ; v_{h2} = 3,18 \text{ m/s} ; v_c = 0$$

$$0,5 \times 10 + 1/1000 \cdot (81 - 1) \cdot 10^5 + 0 = E.$$

$$E = 8005 \text{ J/kg.}$$

- 2) En déduire la puissance fournie à la turbine

$$\text{Puissance} = \text{débit massique (kg/s)} \text{ fois } E \text{ (J/kg)}$$

$$Q_m = \text{débit massique (kg/s)} = \text{débit volumique (m}^3/\text{s)} \times \text{masse volumique du liquide (kg/m}^3\text{)}$$

$$Q_m = 10 \text{ m}^3/\text{s} \times 1000 \text{ kg.m}^{-3} = 10000 \text{ kg/s}$$

$$P = 10000 \times 8005 = 80 \text{ MW}$$

Question 4 : (0,5 point)

La turbine a un rendement ρ_{turbine} de 0,7. Elle est reliée au réseau électrique par le biais d'un alternateur de rendement $\rho_{\text{alternateur}} = 0,92$ et d'un transformateur de rendement $\rho_{\text{transformateur}} = 0,95$

Calculer la puissance électrique injectée sur le réseau électrique par le barrage.

$$P_{\text{utile}} = 80 \times 0,7 \times 0,92 \times 0,95$$

$$P_{\text{utile}} = 49 \text{ MW}$$

Données :

$$g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$$

masse volumique de l'eau $\rho = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$

pression atmosphérique $p_{\text{atm}} = 10^5 \text{ Pa}$

débit volume en B (soit h2) $10\,000 \text{ L.s}^{-1}$

PROBLEME 3 : (4 points)

MECANIQUE : Trajectoire d'une balle de golf

Un golfeur frappe une balle de golf de masse m , assimilée à une sphère de rayon r , lui communiquant une vitesse initiale v_0 dans une direction faisant un angle α avec l'horizontale.

Question 1 : (1 point)

Déterminer la forme de la trajectoire du centre d'inertie de la balle en considérant que l'action de l'air est négligeable.

On prend le golfeur comme origine du repère.

La balle de golf est soumise à son poids dans un référentiel terrestre supposé galiléen

$\vec{P} = m\vec{g}$ vertical, vers le haut.

En écrivant la seconde loi de Newton

$$m\vec{a} = -m\vec{g} \Rightarrow \vec{a} = -\vec{g}$$

Projection sur les axes (Ox) horizontal (Oz) vertical ascendant :

$$a_x = 0$$

$$a_y = -g$$

$$v_x = v_0 \cos \alpha$$

$$v_z = -gt + v_0 \sin \alpha$$

$$x(t) = v_0 \cos \alpha t \Rightarrow t = x / v_0 \cos \alpha$$

$$z(t) = -g/2 t^2 + v_0 \sin \alpha t$$

trajectoire :

$$z(x) = -g/2 (x / v_0 \cos \alpha)^2 + \tan \alpha x$$

La trajectoire du centre de gravité de la balle est une parabole dont la concavité est tournée vers le sol.

Question 2 : (1 point)

Déterminer la distance entre le golfeur et le point d'impact de la balle (on considérera que le golfeur est au niveau de la balle au moment de l'impact).

$$\text{portée : } z(x) = 0$$

$$z(x) = -g/2 (x / v_0 \cos \alpha)^2 + \tan \alpha x$$

$$\text{solution de } x(-g/2 (v_0 \cos \alpha)^2 x + \tan \alpha = 0)$$

$$\text{deux solutions } x = 0$$

$$\text{et } x = \tan \alpha \cdot 2 (v_0 \cos \alpha)^2 / g$$

$$z_{\max} = 1,57 \text{ m}$$

Question 3 : (2 points)

Dans une seconde partie du green, le golfeur ne maîtrise pas son geste et expédie la balle dans un étang. La balle de golf descend alors verticalement pour atteindre le fond de l'eau. On considérera que l'eau exerce sur la balle une force de frottement de sens opposé à celui de la vitesse et de valeur $f = k \cdot v$.

Déterminer l'équation vérifiée par la vitesse de la balle.

Préciser l'expression de $v(t)$, équation horaire de la vitesse de la balle.

Données :

Masse volumique de l'eau $\rho = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$

$m = 50 \text{ g}$

$v_0 = 40 \text{ m.s}^{-1}$

$\alpha = 40^\circ$

$g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$

$r = 2 \text{ cm}$


$k = 7 \cdot 10^{-2} \text{ SI}$

Chute libre dans un fluide :

Poids $P = mg$ vertical vers le bas et poussée d'Archimède verticale vers le haut d'intensité $P_A = \rho V g$

La balle est soumise à son poids, à la poussée d'Archimède et à la force de frottements :

Ecrire la seconde loi de Newton sur un axe vertical orienté vers le haut.

$$\vec{f} = -k \vec{v}$$


$$\vec{\Pi} = -\rho \vec{g} V$$

$$-mg + \rho g V + kv = m \frac{dv}{dt}$$

$$m \vec{g} + \vec{\Pi} + \vec{f} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$m \vec{g} = \rho V \vec{g}$$

L'équation différentielle relative à la vitesse s'écrit :

$$dv/dt - k/m v = g(\rho V/m - 1).$$